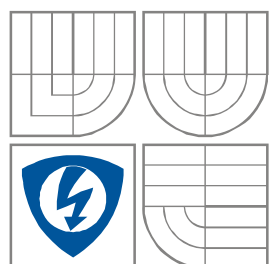


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**  
**ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

## **VYUŽITÍ MICHELSONOVA INTERFEROMETRU PRO DETEKCI OPTICKÉHO SIGNÁLU A MĚŘENÍ MALÝCH ODCHYLEK POLOHY**

OPTICAL SIGNAL DETECTION AND MEASUREMENT OF LOW DEFLECTIONS  
USING THE MICHELSON INTERFEROMETER

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**  
MASTER'S THESIS

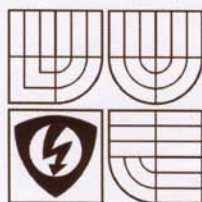
**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**Bc. Petr Kováč**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

**Ing. Petr Křivák**

**BRNO, 2008**



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

## Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
Elektronika a sdělovací technika

**Student:** Kováč Petr, Bc.  
**Ročník:** 2

**ID:** 89514  
**Akademický rok:** 2007/08

### NÁZEV TÉMATU:

### Využití Michelsonova interferometru pro detekci optického signálu a měření malých odchylek polohy

#### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte koherentní metodu optické komunikace a seznámte se s funkcí Michelsonova interferometru a jeho použitím při koherentní homodynní optické detekci.

Ve svém projektu s ohledem na vybavení laboratoře navrhnete metodu měření malých odchylek polohy zrcátka neseného piezokrystalem a zvažte využití této metody pro modulaci signálu při optické koherentní komunikaci.

Sestrojte komunikační systém s využitím principu Michelsonova interferometru a modulaci optického signálu pomocí piezokrystalu. Pro tento systém pak zhodnoťte míru použitelnosti v praxi a uveďte a zdůvodněte jeho nedostatky.

#### DOPORUČENÁ LITERATURA:

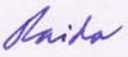
[1] ANDREWS, L.C., PHILLIPS, R.L., HOPEN, C.Y. Laser Beam Scintillation with Applications. Washington: Spie Press, 2001.

[2] SALEH, B.E.A., TEICH, M. C. Fundamentals of Photonics. New York: Wiley, 1991.

**Termín zadání:** 5.10.2007

**Termín odevzdání:** 30.5.2007

**Vedoucí projektu:** Ing. Petr Krivák

  
**prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida**  
předseda oborové rady



#### UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

# LICENČNÍ SMLOUVA

## POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

### 1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Bc. Petr Kováč  
Bytem: Heřmanovice 515  
Narozen/a (datum a místo): 1. květena 1983 v Krnově

(dále jen „autor“)

a

### 2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací technika  
(dále jen „nabyvatel“)

### Čl. 1

#### Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
  - ☒ diplomová práce
  - ☐ bakalářská práce
  - ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Využití Michelsonova interferometru pro detekci optického signálu  
a měření malých odchylek polohy

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. Petr Křivák

Ústav: Ústav radioelektroniky

Datum obhajoby VŠKP: \_\_\_\_\_

VŠKP odevzdal autor nabyvateli\*:

- ☒ v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- ☒ v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

---

\* hodící se zaškrtněte

## Článek 2

### Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
  - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
  - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
  - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
  - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## Článek 3

### Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 30. května 2008

.....  
Nabyvatel

.....  
Autor

## **Abstrakt**

Diplomová práce se zabývá popisem a využitím interference dvou koherentních optických svazků. Jsou zde diskutovány podmínky koherence a jejich souvislost se vznikem interference. Pro praktické využití interferenčního jevu se zde používá Michelsonův interferometr. V práci je ukázána možnost měření relativně malých změn – výchylky piezokrystalu, měření koherenční délky optického zdroje a měření indexu lomu transparentních materiálů. Dále je zde naznačen způsob optické koherentní detekce a jeho využití v optických komunikačních systémech. Pro demonstraci principu bylo provedeno měření detekce optického signálu modulovaného externím modulátorem.

## **Abstract**

The dissertation is concerned with the description and utilization of interference of two coherent optical rays. In addition, the conditions of coherence and its connections with the occurrence of interference are discussed. Michelson's interferometer is used for the practical utilization of the interference effect. The possibility of measuring relatively small changes is demonstrated - deviation of piezocrystal, measurement of the coherent length of optical source and measurement of the index of refraction of transparent materials. The manner of optical coherent detection and its utilization in optical communication systems is indicated. After demonstration of the principle was carried out the measuring of detection of optical signal modified by the external modulator.

## **Klíčová slova**

Interference, Koherence, Michelsonův interferometr, Detekce optického signálu,

## **Keywords**

Interference, Coherence, Michelson's interferometer, Detection of optical signal

# Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Využití Michelsonova interferometru pro detekci optického signálu a měření malých odchylek polohy jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 30. května 2008

.....  
podpis autora

# Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Petru Křivákovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne 30. května 2008

.....  
podpis autora

Úvod.....	8
1. Interference vln .....	9
1.1 Princip interference světla .....	9
1.1.1 Podmínky koherence .....	9
1.1.2 Způsoby získání dvou koherentních světelných vln .....	15
1.1.3 Dvousvazková metoda založená na dělení čela světelné vlny .....	15
1.1.4 Dvousvazková metoda založená na dělení amplitudy světelné vlny .....	17
1.1.5 Výpočet intenzity interferenčního obrazce úplně koherentních světelných vln .....	18
1.1.6 Tvar interferenčních proužků .....	21
2 Michelsonův interferometr .....	22
2.1 Základní princip .....	22
2.2 Podrobnější popis s matematickým rozбором .....	23
2.3 Výpočet optické intenzity .....	28
2.4 Měření pomocí Michelsonova interferometru .....	37
2.4.1 Měření extrémě krátkých vzdáleností .....	37
2.4.2 Měření koherenční délky .....	40
2.4.3 Měření vlnové délky .....	41
2.4.4 Měření indexu lomu .....	42
3 Piezoelektrický jev .....	47
3.1 Převrácený piezoelektrický jev .....	47
4 Detekce optického signálu .....	48
4.1 Umístění detektoru mezi interferenční maximum a minimum .....	48
4.2 Umístění detektoru do interferenčního maxima .....	51
5 Optická bezkabelová komunikace (OBK) .....	55
5.1 Charakteristika optického směrového spoje .....	55
5.2 Popis vysílací a přijímací strany .....	56
6 Koherentní optické komunikace .....	57
6.1 Heterodynní detekce .....	57
6.2 Homodynní detekce .....	59
7 Závěr .....	60
6 Literatura .....	62
7 Seznam obrázků, tabulek .....	64
7.1 Seznam obrázků .....	64
7.2 Seznam tabulek .....	65
8 Příloha .....	66
8.1 Odvození indexu lomu .....	66

## Úvod

Diplomová práce se zabývá popisem interferenčního jevu a jeho praktickým využitím. Pozorovatelná interference signalizuje koherenci skládaných vln a naopak jejich koherence vede k jejich interferenci. V práci jsou probrány podmínky koherence. Důraz je zde kladen na dvousvazkovou interferenci, jejíž přímá aplikace vychází z modelu Michelsonova interferometru. Pomocí Michelsonova interferometru jsou provedena měření relativně malých změn - změna velikosti piezokrystalu, měření koherenční délky použité laserové diody, dále pak zjištění indexu lomu transparentních materiálů. V práci je naznačen způsob detekce optického signálu a vliv umístění detektoru v interferenčním obrazci na přijímaný signál a velikost modulačního napětí, které zajistí, aby byl detekovaný signál shodný s modulovaným.



# 1. Interference vln

## 1.1 Princip interference světla

Interference spolu s difrakcí jsou fyzikální jevy, které potvrzují vlnovou povahu světla. Interference (z lat. Inter = navzájem, fero = udeřím) je speciální druh superpozice dvou nebo většího konečného nebo nekonečného (ale spočetného) počtu tzv. koherentních postupných vln od diskrétně (nespojité) rozložených zdrojů vln. Jeho výsledkem je vždy vlnění (vlnové pole) s časově stálými maximy a minimy amplitudy (a tedy i intenzity) v superpozičním (interferenčním) poli (popřípadě se tyto extrémy mění velmi málo tak, že v době pozorování je můžeme považovat za konstantní).

Výklad interference světla v lineárních prostředí vychází z principu superpozice: okamžitá výchylka (velikost) světelného pole v určitém místě prostoru je rovna součtu okamžitých výchylek (velikostí) jednotlivých světelných polí v tomto místě.

Interferenční jevy byly poprvé pozorovány kolem roku 1663 R. Boylem a R. Hookem, později také I. Newtonem. Kolem roku 1801 byl T. Youngem proveden první interferenční pokus.[1], [2]

### 1.1.1 Podmínky koherence

Předpokladem interference je koherence. Je potřeba, aby postupné vlny byly koherentní (z lat. cohaerens = související), tj. aby měli stejnou fázi (frekvenci). Dojde-li k interferenci koherentních vln, bude mít výsledné vlnění v daných místech interferenčního pole maximální a některých místech minimální časově stálou amplitudu. Výsledné vlnění vytváří v prostoru interferenčního (superpozičního) pole světlé a tmavé plochy (interferenční proužky) na daném pozorovacím stínítku, které je vloženo do tohoto pole. Tvar proužků závisí na daném uspořádání interferenční optické soustavy a na struktuře vln.

Celková energie interferujících vln zůstává v pozorovací oblasti interferenčního pole stálá. Interferencí dochází pouze k jejímu prostorovému rozložení. V interferenčních maximech (světlé proužky) je světelná energie velká a interferenční minimech (tmavé proužky) je světelná energie malá (případně nulová).

Vyzařování světla si lze představit jako přerušované mikroskopické jevy uvnitř excitovaných atomů světelných zdrojů. Každý atom světelného zdroje nevysílá dané světelné vlnění spojitě, ale nespojitě (diskrétně) v podobě tzv. světelných rozruchů (světelných pulsů) o dané konečné době trvání  $\Delta t = \tau_k$  (kde  $\tau_k$  je relaxační doba celkové energie kmitů v atomu, které se říká koherenční doba). Ideální monochromatická vlna neexistuje, protože doba trvání světelného rozruchu je krátká (u ideální světelné vlny by  $\Delta t$  bylo nekonečné). Proto, když je používán termín monochromatická vlna, tak se jedná o vlnu, která je kvazimonochromatická, tj. přibližně monochromatická, která splňuje podmínku:

$$\frac{\Delta t}{T} \gg 1, \quad (1.1)$$

kde  $T$  je perioda průběhu světelné vlny.

Bude-li se předpokládat monochromatické světelné vlnění ( $\Delta t = \infty$ ) o rovinných vlnoplochách, kdy interference nastává v izotropním homogenním a teoreticky neabsorbujícím dielektrickém prostředí (např. vzduch), pak je těmto vlnám v daném místě  $P \equiv P(\vec{r}_n)$ , které je vzdálené o  $\vec{r}_n$  od určitého světelného zdroje, přiřadit v čase  $t$  harmonicky proměnné vektory elektrické intenzity  $\vec{E}_n = \vec{E}_n(\vec{r}_n, t)$  a vektory magnetické intenzity  $\vec{H}_n = \vec{H}_n(\vec{r}_n, t)$ . Při výpočtech stačí uvažovat pouze  $\vec{E}_n$ , protože  $\vec{H}_n$  z nich plynou.

Šíří-li se uvažované rovinné vlny z určitých zdrojů do daného bodu  $P(\vec{r}_n)$  přímo ve směru vektoru  $\vec{r}_n$ , platí:  $\vec{k}_n \cdot \vec{r}_n = k_n \cdot r_n$ , kde  $\vec{k}_n$  jsou vlnové (směrové) vektory a s vektory  $\vec{r}_n$  svírají nulový úhel. Komplexní vyjádření dané vektorové výchylky  $E_n = \vec{E}_n(\vec{r}_n = r_n, t)$ , v bodě  $\vec{P}_n(\vec{r}_n = r_n)$ , lze psát ve tvaru:

$$E_n = \vec{A}_n \cdot e^{j(\omega_n \cdot t - k_n r_n + \phi_n)} \quad (1.2)$$

Vztah lze přepsat do:

$$E_n = \vec{A}_n \cdot e^{-j(\phi_n)} \cdot e^{j(\omega_n \cdot t)}, \quad (1.3)$$

kde  $\vec{A}_n$  jsou vektory reálné amplitudy,  $j$  je imaginární jednotka a  $\omega_n$  a  $k_n = |\vec{k}_n|$  mají význam úhlové frekvence a úhlového vlnočtu  $n$ -tého harmonického vlnění. Veličina

$$\phi_n = \vec{k}_n \cdot \vec{r}_n - \phi_n \quad (1.4)$$

má význam počáteční fáze  $n$ -tého vlnění v místě  $P(r_n)$  vzhledem k danému zdroji.  $\phi_n$  je počáteční fáze kmitů v místě zdroje.

Komplexní vektory  $\vec{E}_n$  lze vystihnout vektorovým součtem jejich pravoúhlých průmětů do souřadnic  $x, y, z$  lze psát :

$$\vec{E}_n = \vec{E}_{n_x} + \vec{E}_{n_y} + \vec{E}_{n_z} = \vec{x}^0 E_{n_x} + \vec{y}^0 E_{n_y} + \vec{z}^0 E_{n_z}, \quad (1.5)$$

kde  $\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$  jsou jednotkové vektory ve směrech  $x, y$  a  $z$ . Z této relace (1.5) je vidět, že výpočty lze provádět jen pro jejich skalární složky  $E_{n_x}, E_{n_y}, E_{n_z}$ . Uvažujeme-li např. složku  $E_{n_y} = E_n$  (tj. lineárně polarizované světlo kmitající ve směru osy  $y$ ), pak pro společný bod  $P(r_n)$  všech uvažovaných rovinných vlnoploch lze přepsat vztah (1.2) na tvar:

$$E_n = A_n \cdot e^{-j(\phi_n)} \cdot e^{j(\omega_n \cdot t)}. \quad (1.6)$$

Pro monochromatické vlny (1.6) lze psát dané podmínky koherence:

1. Mají stejnou frekvenci (v každém bodě superpozičního pole jsou izochronní), tj.

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \dots = \omega_n. \quad (1.7)$$

Vzhledem k disperzním vlastnostem je  $\omega = v_\phi \cdot k$ , kde  $v_\phi$  je konstantní, pak musí platit i  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = \dots = k_n$ .

2. V každém bodě daného interferenčního (superpozičního) pole mají každé dvě sousední vlny stálý rozdíl fází

$$\Delta \varphi = \varphi_n - \varphi_{n-1} = konst \quad (1.8)$$

a zároveň musí platit:

$$\Delta \phi = \phi_n - \phi_{n-1} = konst. \quad (1.9)$$

Tato podmínka hraje zejména roli v případech, kdy může docházet k časovým změnám rozdílu fáze.

3. Jsou-li světelné vlny polarizované, musí se při zachování předcházejících dvou podmínek přihlídnout ještě k jejich polarizačním stavům.

Interference postupných vln je tím výraznější, čím jsou velikosti jejich amplitudy větší a mají-li podobnou velikost  $A_n \cong A_{n-1}$ .

Interference a koherence jsou dva aspekty téhož jevu. To znamená, že pozorovatelná interference signalizuje koherenci skládaných vln a naopak jejich koherence vede k jejich interferenci. Z těchto podmínek platí vztah (1.3). Pro danou lineárně polarizovanou vlnu pak platí vztah (1.6).

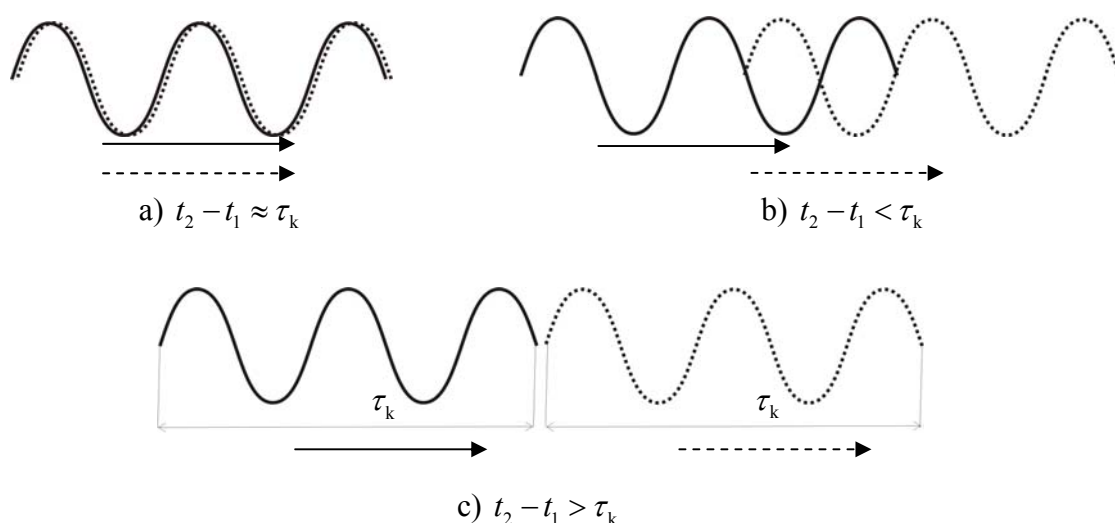
U elektromagnetického záření, včetně světla, produkovaného mikroskopickými prostředky (atomy, ionty, molekulami), dostáváme jen vlnové světelné rozruchy (vlnová klubka) o konečné době trvání ( $\Delta t < \infty$ ). Tyto rozruchy musí splňovat další, tzv. časovou podmínku koherence (nezbytnou k tomu, aby se vlnové rozruchy vůbec setkaly).

4. Časové (případně dráhové) rozdíly každých dvou sousedních skládaných rozruchů v každém uvažovaném bodě superpozičního pole nesmí překročit dobu trvání  $\Delta t = \tau_k$  těchto rozruchů (případně jejich délku  $r_k = v_\phi \cdot \tau_k$ , kde  $v_\phi$  je fázová rychlost rozruchů):

$$t_n - t_{n-1} \leq \tau_k, \quad (1.10)$$

$$r_n - r_{n-1} \leq r_k. \quad (1.11)$$

Z (1.10) a (1.11) plyne, že interferenční jev je závislý na rozložení světelných zdrojů. Při nulovém časovém (dráhovém) rozdílu se světelné rozrušky zcela překrývají a interference je nejvýraznější (nejzřetelnější) – jde o úplnou časovou koherenci světelných vln (Obr.1.1a). Při větším časovém (dráhovém) rozdílu, který však není větší než  $\tau_k$  (nebo  $r_k$ ), se světelné rozrušky překrývají jen částečně a jde o částečnou časovou koherenci světelných vln (Obr.1.1b). Při ní se maxima některých harmonických složek jednoho rozruchu mohou překrývat s minimy harmonických složek dalších světelných rozruchů. Vede to k tomu, že s rostoucím časovým (dráhovým) rozdílem se interferenční jev stává méně výrazným a až při časových (dráhových) rozdílech větších než  $\tau_k$  (nebo  $r_k$ ) zanikne a hovoříme o úplně časově nekoherentních světelných vlnách (Obr.1.1c)



**Obr. 1.1: Naznačení způsobu výskytu světelných rozruchů**

$\tau_k$  je tzv. koherenční doba a  $r_k$  je koherenční délka. Obvykle se vztahují k vakuu, kdy  $v_\phi = c$ , pak lze psát:  $r_k = l_k$  a platí:

$$l_k = c \cdot \tau_k = n \cdot v_\phi \cdot \tau_k. \quad (1.12)$$

Koherenční doba  $\tau_k$  a koherentní délka  $l_k$  jsou mírou tzv. časové koherence světelných vln pro každý uvažovaný bod interferenčního pole při měnícím se čase. Čím jsou větší, tím větší může být časový (dráhový) rozdíl světelných rozruchů v uvažovaném bodě k získání interferenčního jevu a také prostorový rozsah světelného interferenčního jevu je větší.

Mezi dobou trvání  $\Delta t$  vysílaného rozruchu (vlnového klubka) a odpovídající frekvenční šířkou  $\Delta \omega$  jeho spojitého Fourierova spektra platí vztah:

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq 2\pi. \quad (1.13)$$

Lze říci, že veličina  $\tau_k = \Delta t$  (případně  $l_k$ ) je také mírou monochromatickosti každého světelného rozruchu.

$$\tau_k \geq \frac{2\pi}{\Delta\omega}. \quad (1.14)$$

Čím je šířka spektra  $\Delta\omega$  menší, tím je  $\tau_k$  větší a světlo je monochromatictější. V ideálním případě monochromatického světelného záření je  $\Delta\omega = 0$ , z čehož vyplývá, že  $\tau_k = \infty$ . Bude-li se uvažovat kvazimonochromatické světlo, tj. takové pro které platí:  $\omega = \omega_0 \gg \Delta\omega$ , lze pak do vztahu (1.14) za  $\Delta\omega$  dosadit  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ :

$$\tau_k \approx \frac{1}{\Delta f}. \quad (1.15)$$

Koherenční délka je pak :

$$l_k = c \cdot \tau_k \approx \frac{c}{\Delta f}. \quad (1.16)$$

Budeme-li chtít  $l_k$  vyjádřit pomocí vlnové délky, kterou lze spočítat podle:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}, \quad (1.17)$$

Po derivaci a úpravách (1.17) vyjde:

$$\Delta f = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (1.18)$$

a dosazením (1.18) do (1.16) získáme:

$$l_k \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (1.19)$$

Koherence a monochromaticnost světla závisí na druzích světelných zdrojů a na tom, který druh emise se více projevuje, zda spontánní (samovolná), která není vnějšími činiteli ovlivnitelná a vystupuje u klasických zdrojů světla, nebo nucená (stimulovaná), která je vynucena vnějšími činiteli a projevuje se u laserů. Světelné zdroje, u nichž převládá samovolná emise světla (klasické zdroje) mají spektrální šířku  $\Delta f$  větší ( a tedy koherenční délku  $l_k$  menší) než zdroje, kde převládá nucená emise. Tedy samovolná emise rozšiřuje spektrální pásmo vyzařovaného světla.

Např. zelené světlo za skleněným absorbním filtrem ( $\lambda_0 = 500\text{nm}$ ,  $\Delta\lambda \approx 10^2\text{nm}$ ) má koherenční délku  $l_k \approx 2,5 \cdot 10^{-9}\text{m}$ , je-li využito interferenčního filtru ( $\Delta\lambda \approx 10\text{nm}$ ) je  $l_k \approx 2,5 \cdot 10^{-7}\text{m}$ . Světlo kryptonové výbojky ( $\lambda_0 = 557\text{nm}$ ,  $\Delta\lambda \approx 3 \cdot 10^{-4}\text{nm}$ ) vykazuje hodnotu  $l_k \approx 1,2\text{m}$ . U sodíkového světla ( $\lambda_0 = 589,3\text{nm}$ ,  $\Delta\lambda \approx 0,6\text{nm}$ ) je  $l_k \approx 4 \cdot 10^{-4}\text{m}$ . U laserového světla je koherenční délka mnohem větší, než u klasických zdrojů světla. Např. světlo rubínového laseru ( $\lambda_0 = 694,3\text{nm}$ ,  $\Delta\lambda \approx 1,5 \cdot 10^{-5}\text{nm}$ ) poskytuje koherenční délku  $l_k \approx 30\text{m}$ . Světlo He-Ne laseru ( $\lambda_0 = 632,8\text{nm}$ ,  $\Delta\lambda \approx 4 \cdot 10^{-7}\text{nm}$ ) má koherenční délku řádově  $l_k \approx 10^4\text{m}$ .

Míru viditelnosti interferenčního obrazce lze posoudit podle kontrastu interferenčního obrazce  $K$  :

$$K_{(P)} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1.20)$$

$I_{\max}$  a  $I_{\min}$  jsou maximální a minimální intenzita interferenčního obrazce (světlych a tmavých interferenčních proužků) v okolí uvažovaného bodu P.  $K_{(P)}$  nabývá hodnot od nuly do 1. Pozorování interferenčního obrazce je potřeba vždy provádět po dobu, která je dlouhá ve srovnání s koherenční dobou. V těchto případech je existence interferenčního obrazce dostatečně pozorovatelná podle (1.20) a spolehlivým kritériem koherence. Existuje-li dostatečně velká časová koherence, pak interferenční obrazec nezmizí ani při pozorování po dostatečně dlouhou dobu.

Přihlédne-li se k větší nebo menší fázové nekoordinovanosti kmitů atomů rozlehlých světelných zdrojů, musí se při interferenci světla uvažovat i velikost vyzařovacích ploch světelných zdrojů. K tomu se vztahuje tzv. prostorová koherence. Příčné rozměry  $d$  vyzařovacích ploch světelných zdrojů nesmí překročit koherenční příčný rozměr  $d_k$ , v jehož rozmezí atomy každého světelného zdroje emitují prakticky ještě koordinované světelné rozruchy. Daná hodnota  $d_k^2$  je tzv. koherenční plocha (oblast koherence) světelného zdroje a je mírou jeho prostorové koherence. Čím je  $d_k$  větší, tím je rozlehlý světelný zdroj prostorově koherentnější a k zřetelné interferenci v daném okamžiku přispívá více zdrojů.

Časová koherence vystihuje vztah (korelaci) mezi světelnými vlnami v pevném bodě prostoru při měnícím se čase (časové korelace světelných vln v pevném bodě prostoru), prostorová koherence je vyjádřením vztahu (korelace) mezi světelnými vlnami ve dvou různých bodech prostoru, ale v témže okamžiku. Klasické zdroje světla vykazují malou prostorovou koherenci (malou koherenční plochu) a tedy k získání interferenčního jevu je vždy třeba jejich koherenční plochu vymezit odpovídajícím malým otvorem (např. úzkou štěrbinou). Naproti tomu všechny atomy aktivní látky laseru září prakticky fázově koordinovaně, což znamená, že jejich vyzařovací plocha vykazuje nenulovou prostorovou koherenci. V praxi se uplatňuje časová koherence s prostorovou koherencí současně. Mírou pro tuto kombinovanou (časově – prostorovou) koherenci každého světelného zdroje může být tzv. koherenční objem:

$$V_k = d_k^2 \cdot l_k. \quad (1.21)$$

Ten spolu se zvolenou strukturou interferenčního uspořádání ovlivňuje jak prostorový rozsah, tak i viditelnost (zřetelnost, ostrost) interferenčního obrazce. [1],[3],[4],[5]

### 1.1.2 Způsoby získání dvou koherentních světelných vln

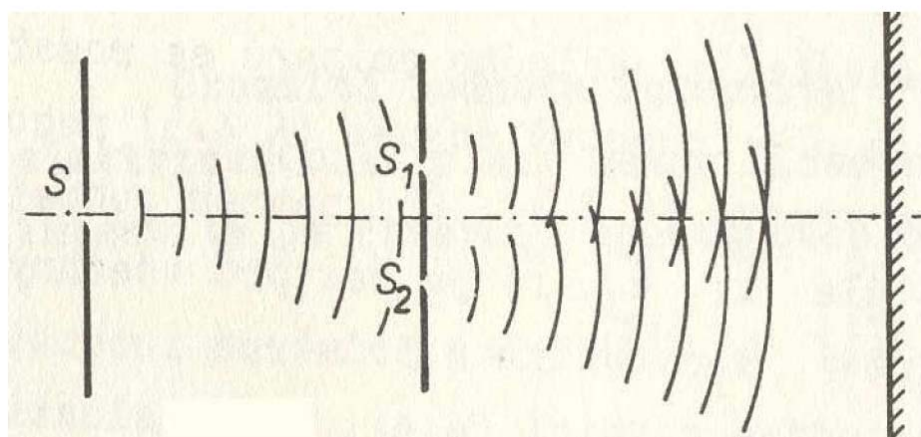
Dvousvazková interference je interference dvou koherentních světelných vln. Aby to bylo uskutečněno, je potřeba vhodně uspořádat danou experimentální soustavu. K získání koherentních světelných vln je potřeba vytvořit tyto vlny z jednoho světelného zdroje, u něhož je malým otvorem clony vymezena jeho koherenční plocha. Světelné vlnění, vycházející z tohoto otvoru, je pak možné rozdělit na dva nebo více koherentních světelných svazků dvěma základními způsoby:

- a) dělení čela světelné vlny
- b) dělením amplitudy (intezity) světelné vlny

U světelných vln produkovaných lasery, lze tyto metody s výhodou využívat, z důvodu jejich mnohem větší prostorové koherence v porovnání s klasickými zdroji. Interferenci dvou světelných vln lze realizovat také pomocí dvou samostatných laserů téhož druhu (o stejné frekvenci). [1]

### 1.1.3 Dvousvazková metoda založená na dělení čela světelné vlny

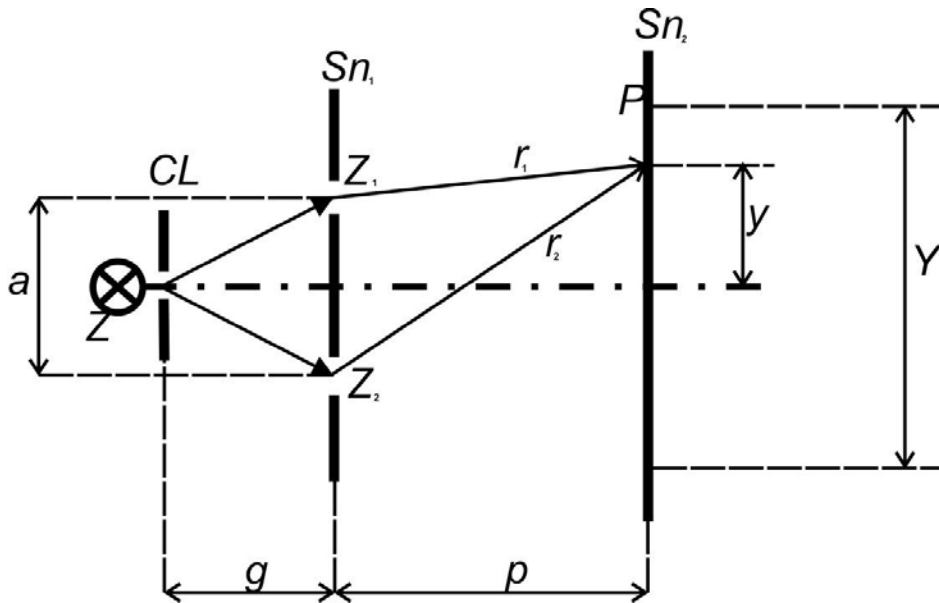
Dvousvazková metoda založená na dělení čela světelné vlny byla poprvé demonstrována T. Youngem. Youngův pokus, který byl první exaktní pokus na interferenci světla a byl proveden v letech 1801-1807.



Obr. 1.2: Younguv pokus ([10])



Obr. 1.3: Interferenční obrazece - Younguv pokus ([10])



Obr. 1.4: Younguv pokus

Světlo z klasického kvazimonochromatického světelného zdroje  $Z$  prochází malým otvorem (šterbinou) clony  $CL$ , dopadá na rozdělovací stínítko  $Sn_1$ . V něm jsou dva malé otvory tvořící podle Huygensova principu dva skutečné, prakticky bodové zdroje  $Z_1$  a  $Z_2$ . Světla vycházející z těchto otvorů jsou koherentní, neboť jsou odvozena dělením čela vlny od jednoho prakticky bodového zdroje světla  $Z$  a splňují tudíž podmínku koherence. Světelné svazky ze zdrojů  $Z_1$  a  $Z_2$  se překrývají (podle Obr. 1.2) a v oblasti jejich překrytí (interferenčním poli) vzniká interferenční jev. Vloží-li se do interferenčního pole stínítko  $Sn_2$ , vzniká interferenční obrazec, který je tvořen rovnoběžnými interferenčními proužky (Obr. 1.3). Překreslí-li se (Obr. 1.2) na (Obr. 1.4) v optické oblasti a tudíž pomocí geometrické optiky, jsme schopni analyticky vyjádřit závislost dráhového rozdílu  $\delta = r_2 - r_1$  interferujících vln v poloze bodu  $P$  na pozorovacím stínítku  $Sn_2$ .

$$\begin{aligned} \delta = r_2 - r_1 = PZ_2 - PZ_1 &= \sqrt{p^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{p^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2} \\ &= p \left[ \sqrt{1 + \frac{\left(y + \frac{a}{2}\right)^2}{p^2}} - \sqrt{1 + \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{p^2}} \right]. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Protože vzdálenost  $p$  je velká ve srovnání s  $a$  ( $p \gg a$ ), lze užít jen prvních dvou členů binomických rozvoje výrazů pod odmocninami:



$$\delta = p \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\left( y + \frac{a}{2} \right)^2}{p} \right) - 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\left( y - \frac{a}{2} \right)^2}{p} \right) \right].$$

Takže jako výsledek dostaneme:

$$\delta = \frac{y \cdot a}{p}. \quad (1.23)$$

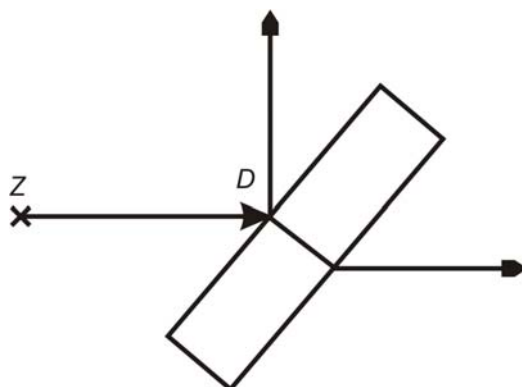
Ze vztahu (1.23) je vidět že dráhový rozdíl  $\delta$  závisí při daných konstantních hodnotách  $a$  a  $p$  jen na poloze  $y$  bodu  $P$  na pozorovacím stínítku  $Sn_2$ .

Dalšími takovými příklady interferenčního zařízení pro dělení čela vlny může být např. Billetovo uspořádání s dvojčočkou, Fresnelovo uspořádání s dvojhranem,...

[1], [3], [4], [6]

#### **1.1.4 Dvousvazková metoda založená na dělení amplitudy světelné vlny**

Jde o metody vhodné jak pro malé (bodové, kvazibodové), tak i pro rozlehlé (ale dostatečně koherentní) světelné zdroje (rozlehlé světelné zdroje poskytují větší světelné intenzity v porovnání s malými zdroji). K rozdělení amplitudy (intenzity) světelné vlny se obvykle používá planparalelní destička (polopropustné zrcadlo) nebo dělič svazku (Beam Splitter). Světlo z dostatečně koherentního světelného zdroje  $Z$  dopadá v bodě dopadu  $D$  na dělicí destičku. Od ní se část odráží a část jí prochází (Obr. 1.5). Oba vzniklé světelné svazky jsou koherentní a jsou-li usměrněny tak, aby se protínaly, pak v příslušném interferenčním poli nastane interferenční jev. Této metody se využívá u dvou a vícesvazkových interferometrů. [1]



**Obr. 1.5: Dělení amplitudy (intenzity)**

### 1.1.5 Výpočet intenzity interferenčního obrazce úplně koherentních světelných vln

Předpokládáme-li dvě úplně koherentní monochromatické světelné vlny o stejné vlnové délce, šířící se z bodových zdrojů  $Z_1$  a  $Z_2$  ve směrech  $r_1 = PZ_1$  a  $r_2 = PZ_2$  k danému bodu  $P$ , zle podle (1.6) psát [1], [7] :

$$E_1 = A_1 \cdot e^{-j \cdot (\varphi_1)} \cdot e^{j(\omega \cdot t)}, \quad (1.24)$$

$$E_2 = A_2 \cdot e^{-j \cdot (\varphi_2)} \cdot e^{j(\omega \cdot t)}, \quad (1.25)$$

pro jejich fáze, které jsou vztažené ke směrům šíření  $r_1$  a  $r_2$  platí:

$$\varphi_1 = k \cdot r_1 - \phi_1, \quad \varphi_2 = k \cdot r_2 - \phi_2. \quad (1.26)$$

Je-li přídatná fáze nulová – tj. fázový rozdíl počátečních vln nulový:

$$_{\Delta} \phi = \phi_2 - \phi_1 = 0, \quad (1.27)$$

pak s využitím (1.26) fázový rozdíl lze vyjádřit:

$$_{\Delta} \varphi = k \cdot (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta, \quad (1.28)$$

kde

$$\delta = r_2 - r_1 \quad (1.29)$$

je dráhový rozdíl mezi uvažovanými vlnami.

Superpozici vln (1.24) a (1.25) lze vyjádřit následně:

$$E_c = E_1 + E_2 = (A_1 \cdot e^{-j \cdot (\varphi_1)} + A_2 \cdot e^{-j \cdot (\varphi_2)}) \cdot e^{j(\omega \cdot t)}. \quad (1.30)$$

S využitím Eulerova vztahu ve formě:

$$e^{-j(\alpha)} = \cos \alpha - j \sin \alpha \quad (1.31)$$

lze závorku ve vztahu (1.30) přepsat:

$$A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2, \quad (1.32)$$

$$A \sin \varphi = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2. \quad (1.33)$$

Pro výslednou reálnou amplitudu  $A$  a výslednou fázi  $\varphi$  lze psát:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos _{\Delta} \varphi}, \quad (1.34)$$

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.35)$$

Interference vzniklá v daném bodě P je:

$$I = I(P) \sim A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos_{\Delta} \varphi = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos_{\Delta} \varphi. \quad (1.36)$$

Poslední člen vztahu (1.36) bývá v některých literaturách označován jako interferenční člen  $J_{12}$ . Je vidět, že nese informaci o fázovém rozdílu vln:

$$J_{12} = 2\sqrt{I_1I_2} \cos_{\Delta} \varphi. \quad (1.37)$$

Z (1.34) a (1.36) je vidět, že výsledná amplituda  $A$  (intenzita  $I$ ) závisí na velikostech amplitud  $A_1$  a  $A_2$  a na fázovém rozdílu  $_{\Delta}\varphi$  (1.28). Maxima interference (konstruktivní interference) odpovídají středům světlých interferenčních proužků a v tomto případě přísluší fázovým a dráhovým rozdílům:

$$_{\Delta}\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = 2 \cdot N \cdot \pi, \quad (1.38)$$

$$\delta = 2 \cdot N \cdot \frac{\lambda}{2} = N \cdot \lambda, \quad (1.39)$$

kde  $N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$  V tomto případě platí:

$$A = A_1 + A_2 \quad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}, \quad (1.40)$$

Pro interferenční minima (destruktivní interference) platí:

$$_{\Delta}\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = (2 \cdot N + 1) \cdot \pi, \quad (1.41)$$

$$\delta = (2 \cdot N + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (1.42)$$

Zase platí, že  $N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$  a pro  $A$  a  $I$  je:

$$A = A_1 - A_2 \quad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}, \quad (1.43)$$

Z rovnic vyplývá, že interferencí dvou světelných, lineárně polarizovaných, koherentních vln postupujících stejnou rychlostí ve stejném směru vznikne vlnění, jehož amplituda je maximální, je-li dráhový rozdíl obou vln roven sudému násobku vlnové délky a minimální, je-li dráhový rozdíl vln roven lichému násobku poloviny vlnové délky.

Na (Obr.1.6. a 1.7) je zobrazena interference a její výsledek.

V kapitole 1.1.1 byl zmíněn kontrast interferenčního obrazce, jako veličina ohodnocující míru viditelnosti interferenčního obrazce:

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1.44)$$

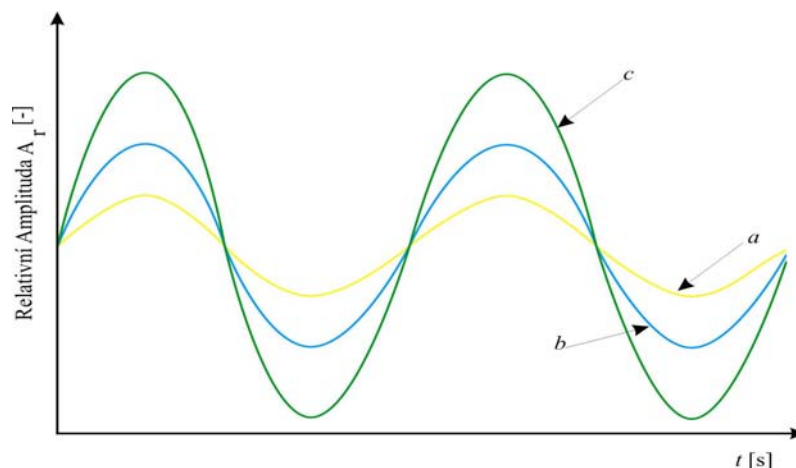
Dosažením vztahů (1.40) a (1.43) do (1.44) vyjde:

$$K = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)}. \quad (1.45)$$

Zavede-li se podmínka rovnosti obou intenzit  $I_1 = I_2$ , pak kontrast interferenčního obrazce bude:

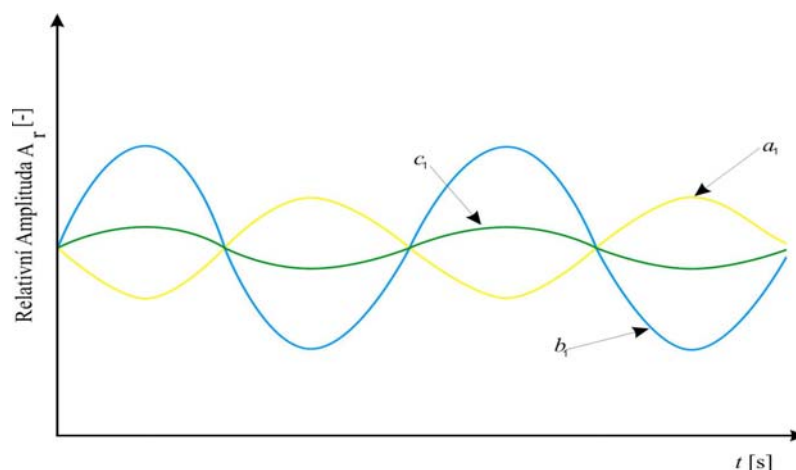
$$K = \frac{4\sqrt{I_1 I_1}}{2(I_1 + I_1)} = 1. \quad (1.46)$$

Je vidět, že budou-li mít vlny stejnou intenzitu, bude největší kontrast interferenčního obrazce a interferenční obrazec bude jasně zřetelný. Pomocí kontrastu lze i určit koherentní délku daného laseru. Dosažením koherentní délky, dojde k “vymizení” interferenčního obrazce a tudíž i k poklesu kontrastu.



**Obr. 1.6: Konstruktivní interference**

Vlny  $a$  a  $b$  jsou vlny koherentní, mají stejnou vlnovou délku a jejich vzájemný fázový posuv je nulový. Liší se v amplitudách ( $A_1, A_2$ ). Vlna  $c$  je výsledným vlněním obou vln.



**Obr. 1.7: Destruktivní interference**

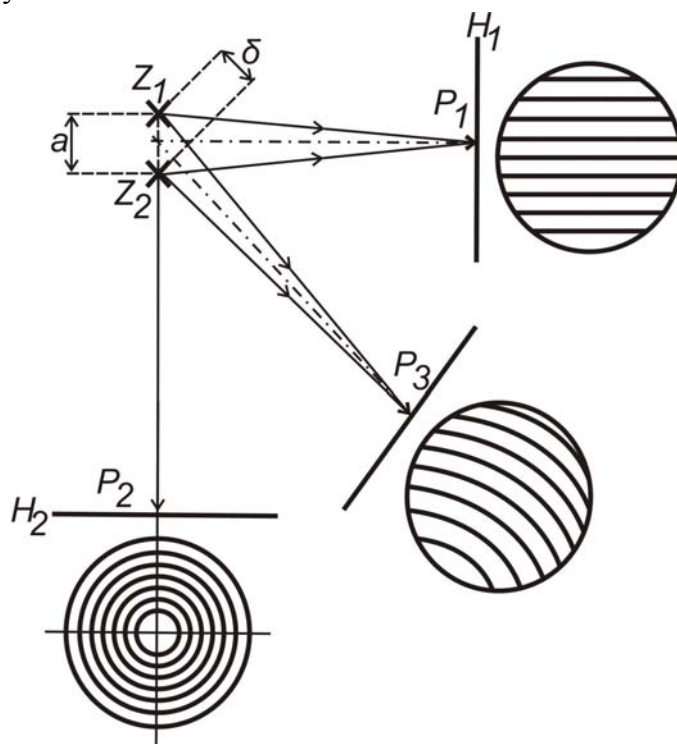
Vlny  $a_1$  a  $b_1$  jsou i v tomto případě koherentní, mají stejnou vlnovou délku a jejich vzájemný fázový posuv je nulový. Liší se v amplitudách ( $A_1, A_2$ ). Vlna  $c_1$  je zase výsledným vlněním obou vln.[1],[3],[4],[7],[8],[9],[10],[18]

### 1.1.6 Tvar interferenčních proužků

Tvar interferenčních proužků závisí na poloze pozorovací roviny  $H$  (pozorovacího stínítka), ve které tyto proužky zkoumáme, vzhledem ke spojnicí koherentních zdrojů  $Z_1$  a  $Z_2$  (Obr. 1.7). Všechny body  $P$ , pro které je splněna podmínka maxima interference (1.38), leží na rotačních hyperbolách, jejich osou je spojnice zdrojů  $Z_1$  a  $Z_2$  a jejichž ohniska jsou umístěny přímo ve zdrojích  $Z_1$  a  $Z_2$ . Prostorově vzato, jedná se o rotační hyperboloidy vztažené ke vztahu (1.38), které jsou vyjádřeny vztahem:

$$\delta = Z_2P - Z_1P = N \cdot \lambda \quad (1.47)$$

Proto v pozorovací rovině  $H_1 \parallel Z_1Z_2$  pozorujeme v okolí bodu  $P_1$  soustavu přímých interferenčních proužků (Obr.1.7). v rovině  $H_2 \perp Z_1Z_2$  pozorujeme interferenční kroužky se středem v bodě  $P_2$  a v rovině  $H_3$  obecně šikmo položené vůči  $Z_1Z_2$  můžeme pozorovat interferenční proužky obecně zakřivené.



Obr. 1.8: Tvar interferenčních proužků dle pozorovacího místa

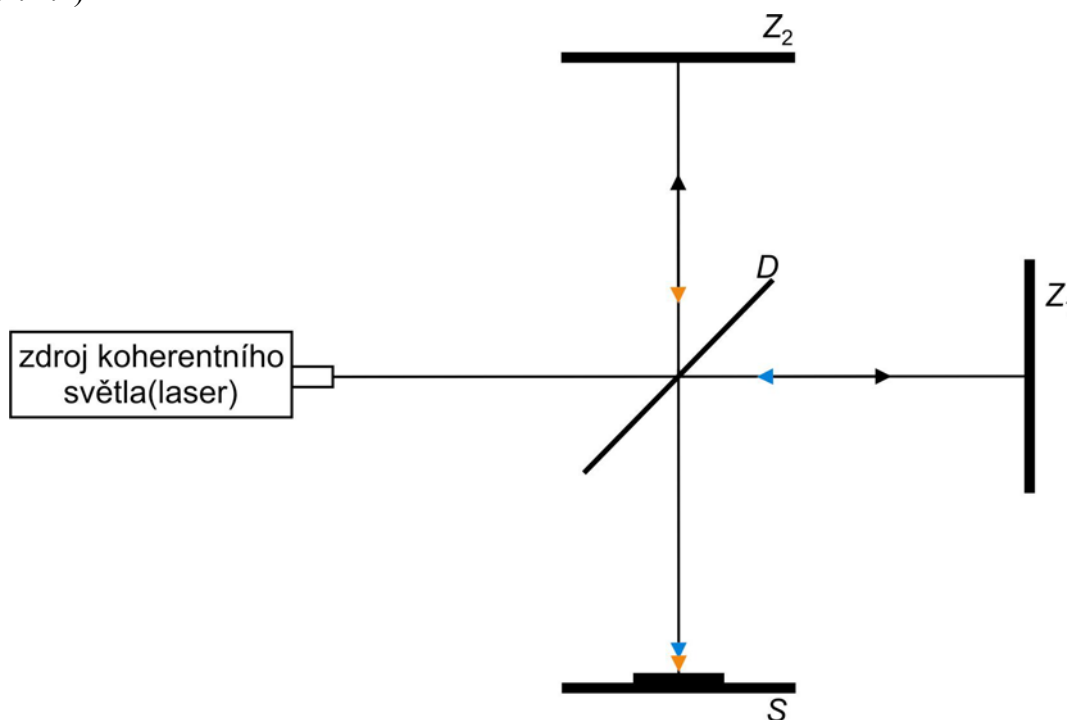
## 2 Michelsonův interferometr

Michelson, Albert Abraham (1852 - 1931)

Na začátku své vědecké kariéry se Michelson zabýval problematikou éterového větru, kdy podle tehdejších představ musel pohyb Země kolem Slunce vyvolávat nějakou interakci s okolním éterem. Michelson proto sestrojil interferometr, pomocí něhož prokázal, že rychlost světla je stejná jak ve směru pohybu Země, tak ve směru kolmém. Výsledky měření rovněž ukázaly na neexistenci éteru. Po kritice jeho měření opakoval pokusy společně s Morleyem s větší přesností, ale výsledky byly stejné. Hlavním výsledkem byl tedy poznatek, že rychlost světla je stejná, a to bez rozdílu na směr a pohyb jeho zdroje vůči pozorovateli. Tento poznatek se stal výchozím bodem pro A. Einsteina při formulaci jeho speciální teorie relativity. Michelson dále konstruoval interferometry, které byly např. používány pro měření úhlového poloměru hvězd. Nobelovu cenu Michelson obdržel za konstrukci interferometrů a dalších přesných optických přístrojů a za metrologické a spektroskopické výzkumy.[19]

### 2.1 Základní princip

V roce 1881 navrhl a sestavil svůj interferometr. Původně ho navrhl jako prostředek ke studování éteru. Michelsonův interferometr se postupem doby stal široce používaným přístrojem pro měření vlnové délky světla a k měření extrémně krátkých vzdáleností v případě, že je známa vlnová délka použitého světla. Princip interferometru je zřejmý z (Obr. 2.1)



Obr. 2.1: Základní princip Michelsonova interferometru (zjednodušené schéma;  $D$  –planparalelní destička,  $Z_1$  – pohyblivá odrazná plocha (zrcátko),  $Z_2$  – pevná odrazná plocha (zrcátko),  $S$  – stínítko)

Paprsek světla z laseru dopadne na planparalelní skleněnou desku  $D$ , která ho rozdělí na dvě části o přibližně stejné intenzitě (pokud dopadá paprsek pod určitým úhlem), jeden paprsek prochází na pohyblivé zrcadlo  $Z_1$  a druhý paprsek se odráží a směřuje na pevné

zrcadlo  $Z_2$ . Paprsky se na obou zrcadlech odráží zpět a dopadají na planparalelní desku. Paprsek odražený ze  $Z_1$  se dále odráží od planparalelní destičky  $D$  a dopadá na stínítko  $S$  a paprsek ze zrcadla  $Z_2$  je propuštěn na stínítko  $S$ . Oba paprsky jsou koherentní - interferují spolu, na stínítku se objeví maxima a minima ve formě světlých a tmavých kroužků.

## 2.2 Podrobnější popis s matematickým rozбором

Vezme-li schéma z (Obr. 2.1) a uvažujeme skutečnou tloušťku planparalelní destičky  $D$  dle (Obr. 2.2), kde je odrazná plocha je mezi rozhraním vzduch-sklo, pak musíme použít i kompenzační destičku  $K$ , jejíž funkce a vliv budou popsány později. Dále, uvažujeme-li jako světelný zdroj He-Ne laser (světlo monochromatické a koherentní), můžeme pro následující popis použít (Obr. 2.2.). Než se přistoupí k matematickému popisu, je potřeba uvést některé užitečné vztahy, které budou zapotřebí pro vyjádření celkové optické intenzity  $I$  a dráhového rozdílu  $\delta$ . Je také potřeba připomenout Fresnelovy rovnice, pomocí kterých budou následující výpočty uskutečněny. Dle [3] mají Fresnelovy koeficient odrazivosti a propustnosti v závislosti na prostředí tvaru:

$$r_1 = \frac{n_1 \cos \alpha_1 - n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_1 + n_2 \cos \alpha_2}, \quad (2.1)$$

$r_2$  a dále celková reflektance  $R$  jsou:

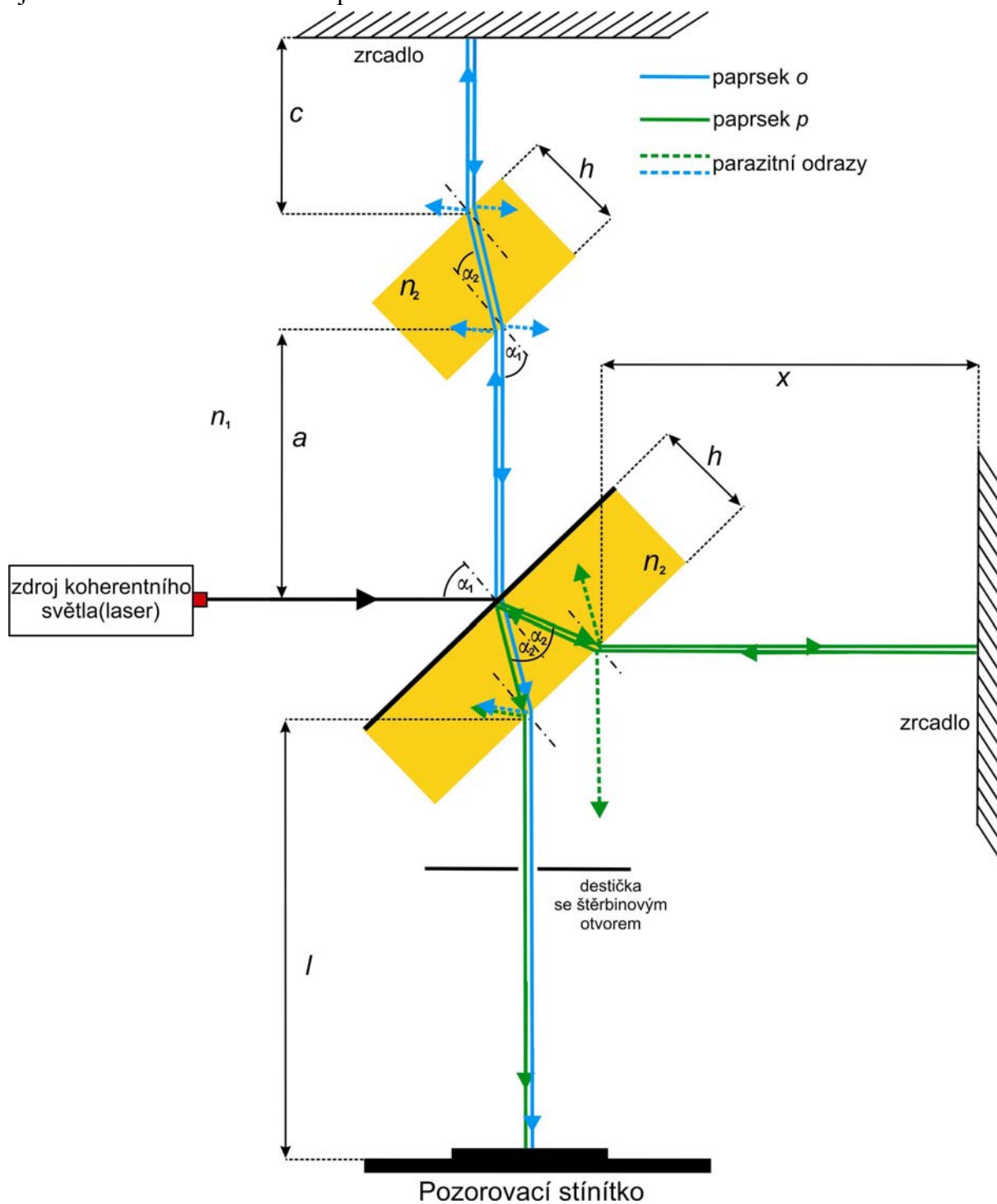
$$r_2 = -r_1, \quad R = |r_1 r_2|^2. \quad (2.2)$$

Koeficient propustnosti je:

$$T = \frac{n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_1} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{T \frac{n_1 \cos \alpha_1}{n_2 \cos \alpha_2}}, \quad (2.3)$$

Kde  $T$  je propustnost (transmitace), úhel  $\alpha_1$  je úhel dopadu a  $\alpha_2$  je úhel lomu.

Na (Obr. 2.2) je uvedeno detailnější schéma Michelsonova interferometru. Pro zjednodušení zde nebude absorpce materiálu zahrnuta.



Obr. 2.2: Schéma Michelsonova interferometru pro odvození celkové optické intenzity  $I$  a dráhového rozdílu  $\delta$ , při pevně stanovených vzdálenostech zrcadel



**Pro 1. paprsek „odražený“ (paprsek o – modrý):**

1.  $E_0$  je elektrická intenzita původního paprsku laseru před dopadem na planparalelní destičku. 2.  $E_0 r_1$  je el. int. odraženého paprsku od planparalelní destičky. 3.  $E_0 r_1 t$  je el. int. po průchodu kompenzační destičky. 4.  $E_0 r_1 t^2$  je el. int. paprsku mezi kompenzační destičkou a zrcadlem, ještě před odrazem od zrcadla. 5.  $E_0 r_1^2 t^2$  je el. int. paprsku po odrazu od zrcadla. 6.  $E_0 r_1^2 t^3$  je el. int. paprsku při druhém průchodu kompenzační destičkou. 7.  $E_0 r_1^2 t^4$  je el. int. paprsku před planparalelní destičkou. 8.  $E_0 r_1^2 t^5$  je el. int. paprsku procházející přes planparalelní destičku. 9.  $E_0 r_1^2 t^6$  je výsledná el. int. prvního paprsku.

**Pro 2. paprsek „přímý“ (paprsek p – zelený):**

1.  $E_0$  je elektrická intenzita původního paprsku laseru před dopadem na planparalelní destičku. 2.  $E_0 t$  je el. int. paprsku procházejícího přes planparalelní destičku. 3.  $E_0 t^2$  je el. int. paprsku vyšlého z planparalelní destičky. 4.  $E_0 r_1 t^2$  je el. int. odraženého paprsku od zrcadla. 5.  $E_0 r_1 t^3$  je el. int. paprsku po druhém průchodu planparalelní destičkou. 6.  $E_0 r_1 r_2 t^3$  je el. int. paprsku při odrazu v planparalelní destičce. 7.  $E_0 r_1 r_2 t^4$  je výsledná el. int. druhého paprsku.

Celkový dráhový rozdíl lze získat z rozdílu drah obou paprsků. Podle Obr. 2.2 je  $\delta$  :

$$\delta = \left( \frac{h}{\cos \alpha_2} + x + x + \frac{h}{\cos \alpha_2} + \frac{h}{\cos \alpha_2} + l \right) - \left( a + \frac{h}{\cos \alpha_2} + c + c + \frac{h}{\cos \alpha_2} + a + \frac{h}{\cos \alpha_2} + l \right),$$

$$\delta = \left( 3 \frac{h}{\cos \alpha_2} + 2x + l \right) - \left( 2(a + c) + 3 \frac{h}{\cos \alpha_2} + l \right),$$

$$\delta = 2x - 2(a + c). \quad (2.4)$$

Budeme-li považovat  $a$  a  $c$  za konstantní vzdálenosti, pak můžeme psát  $a + c = b$  a vztah (2.4) se nám zjednoduší na:

$$\delta = 2(x - b). \quad (2.5)$$

Jelikož považujeme  $b$  za konstantní, je ze vztahu (2.5) vidět, že při změně vzdálenosti 2. zrcadla se bude měnit i jeho optický dráhový rozdíl  $\delta$ .

V těchto úpravách je vidět, proč byla zahrnuta kompenzační destička. Na dráze prvního paprsku se vyskytuje 3-krát člen  $h / \cos \alpha_2$  a na dráze druhého paprsku také 3-krát člen  $h / \cos \alpha_2$  (Oba paprsky procházejí 3x stejným materiálem). Je z toho patrné, že při jejich odečtení se tyto členy vyruší a vznikne nám vztah (2.4, resp. 2.5) pro výpočet dráhového rozdílu  $\delta$ .

Neuvažovali bychom kompenzační destičku, pak by vztah pro dráhový rozdíl  $\delta$  vypadal takto:

$$\delta = \left( \frac{h}{\cos \alpha_2} + x + x + \frac{h}{\cos \alpha_2} + \frac{h}{\cos \alpha_2} + l \right) - \left( a + c + c + a + \frac{h}{\cos \alpha_2} + l \right),$$

$$\delta = 2 \frac{h}{\cos \alpha_2} + 2x - 2(a + c),$$

je-li  $a$  a  $c$  konstantní, pak  $a + c = b$  a dostáváme:

$$\delta = 2 \left( \frac{h}{\cos \alpha_2} + x - b \right). \quad (2.6)$$

Porovnání (2.5) a (2.6) ukazuje názorně důvod proč byla zavedena kompenzační destička. Neuvažovali bychom ji, komplikovaněji bychom počítat dráhový rozdíl  $\delta$ .

Nyní lze vypočítat celkovou intenzitu. Výsledná optická intenzita dvou paprsků dopadajících na matnici se dá vypočítat ze vztahu (1.36):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos_{\Delta} \varphi, \quad (2.7)$$

kde  $I_1$  je paprsek odražený od jednoho zrcátka a  $I_2$  od druhého.  $_{\Delta} \varphi$  je fázový rozdíl vln.

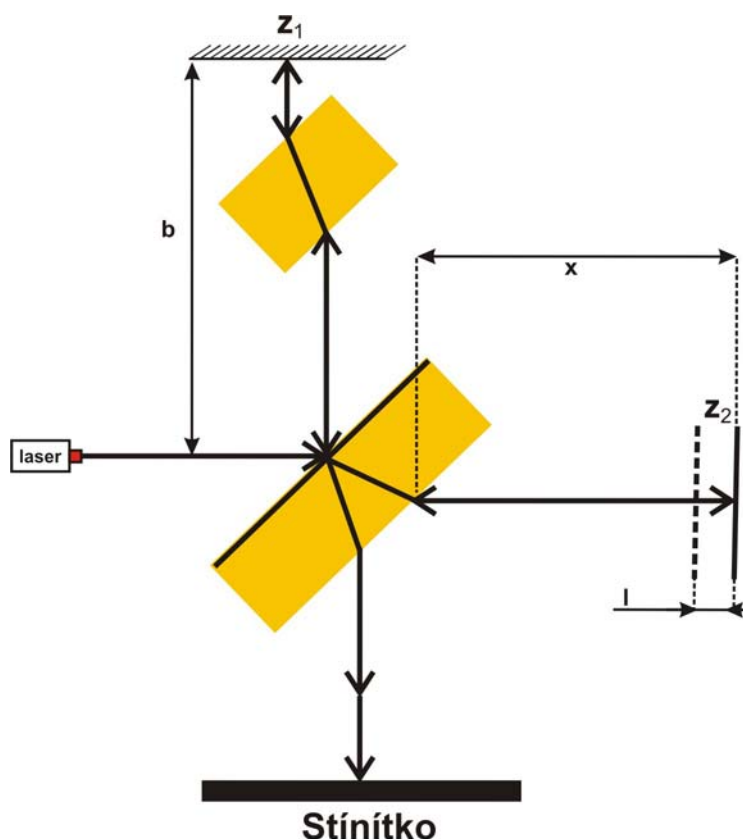
Budeme-li uvažovat Michelsonův interferometr s kompenzační destičkou, pak můžeme fázový rozdíl  $_{\Delta} \varphi$  vyjádřit dosazením (2.5) do (1.28):

$$_{\Delta} \varphi = \frac{4\pi}{\lambda} (x - b), \quad (2.8)$$

$\lambda$  je vlnová délka použitého laseru,  $x$  je vzdálenost od jednoho zrcátka a  $b$  od druhého. Teď už stačí zjistit intenzity obou paprsků  $I_1$  a  $I_2$ . To lze provést také z (Obr. 2.2.).

Optická intenzita je úměrná druhé mocnině amplitudy elektrické intenzity, proto je nejprve nutné zjistit elektrické intenzity, pomocí kterých se pak provede přepočít na optické intenzity. Pro lepší orientaci v (Obr. 2.2) jsou jednotlivé elektrické intenzity očíslovány.

Nyní lze uvažovat, co se bude dít, změní-li se dráhový rozdíl  $\delta$ . K tomuto účelu lze (Obr. 2.2) překreslit na zjednodušený obrázek, ve kterém bude patrná změna polohy jednoho zrcátka:



**Obr. 2.3:** Schéma Michelsonova interferometru pro odvození celkové optické intenzity  $I$  a dráhového rozdílu  $\delta$ , při pevně stanoveném zrcadlu  $Z_1$  a pohyblivém  $Z_2$

Vzhled interferenčního obrazce závisí na optickém dráhovém rozdílu (odvozený vztah (2.5)) interferujících světelných vln a na vzájemném sklonu zrcadel  $Z_1$  a  $Z_2$ . Jsou-li zrcadla  $Z_1$  a  $Z_2$  kolmá k odpovídajícím drahám  $x$  a  $b$  a posun  $Z_2$  je symetrický pak odpovídající interferenční obrazec je tvořen Haidingerovými interferenčními kroužky stejného sklonu se společným středem. Při posuvu  $Z_2$  směrem k planoparalelní destičce se kroužky blíží k jejich středu (jejich poloměry se zmenšují) a jejich počet se redukuje až po dosažení určité vzdálenosti zrcadla, při překročení určité vzdálenosti se začnou opět zvětšovat. Jestli-že roviny zrcadel  $Z_1$  a  $Z_2$  budou vzájemně skloněné, pak je interferenční obrazec tvořen Newtonovými interferenčními proužky stejné tloušťky.

Nezávisle na tom, jaký druh interferenčních proužků pozorujeme, má změna dráhového rozdílu  $\delta$  interferujících světelných vln za následek posunutí interferenčního obrazce o  $N$ :

$$\delta = N \cdot \lambda, \quad (2.9)$$

Známe-li vlnovou délku  $\lambda$  a  $N$  lze určit z pozorování interferenčního obrazce, můžeme pomocí vztahu (2.5) vypočítat změnu  $\delta$ , která je rovna dvojnásobku vzdálenosti  $l$  zrcadla  $Z_2$  (dle Obr. 2.3). To znamená, že platí  $\delta = 2 \cdot l$  a z toho platí pro interferenční maximum:

$$l = N \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (2.10)$$

### 2.3 Výpočet optické intenzity

Dle (Obr. 2.2) lze psát: Odražený paprsek:  $E_0 r_1^2 t^6$  a Přímý paprsek  $E_0 r_1 r_2 t^4$  lze pro  $I_1$  a  $I_2$  psát:

$$I_1 = E_1^2 = (E_0 r_1^2 t^6)^2, \quad (2.11)$$

$$I_2 = E_2^2 = (E_0 r_1 r_2 t^4)^2. \quad (2.12)$$

Dosazením (2.11), (2.12) a (2.8) do (1.36), lze psát:

$$I = (E_0 r_1^2 t^6)^2 + (E_0 r_1 r_2 t^4)^2 + 2 \sqrt{(E_0 r_1^2 t^6)^2 (E_0 r_1 r_2 t^4)^2} \cos \Delta \left( \frac{4\pi}{\lambda} (x-b) \right) \quad (2.13)$$

Ted' lze řešit daný případ. Chceme vidět interferenční obrazec na matnici. Abychom mohli rozlišit jednotlivá maxima a minima, je zapotřebí aby byl co největší kontrast. To lze dosáhnout tím, pokud se budou  $I_1$  a  $I_2$  rovnat, tedy  $I_1 = I_2$ .

Z Fresnelových koeficientů (2.1), (2.2), (2.2) a dále ze vztahů (2.11) a (2.12) je vidět, že úhel dopadajícího paprsku na planparalelní destičku bude mít vliv na rozdílnost intenzit.

Příklad:

Pro vzduch je  $n_1 = 1$ , pro sklo je  $n_2 = 1,52$ , úhel  $\alpha_1 = 45^\circ$ .

Úkolem je vypočítat rozdílnost intenzit a kontrast interferenčního obrazce.

Nejdříve vypočteme ze Snellova zákona úhel  $\alpha_2$ :

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \arcsin \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} = \arcsin \frac{1 \sin 45^\circ}{1,52} = 34,45^\circ,$$

ted' už můžeme určit  $r_1$  z (2.1):

$$r_1 = \frac{n_1 \cos \alpha_1 - n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_1 + n_2 \cos \alpha_2} = \frac{1 \cos 45^\circ - 1,52 \cos 34,45^\circ}{1 \cos 45^\circ + 1,52 \cos 34,45^\circ} = -0,278$$

pro  $r_2$  (2.2) pak bude:

$$r_2 = -r_1 = 0,278.$$

Ze zákona zachování energie vyplývá:

$$R + T + A = 1, \quad (2.14)$$

který říká, že celkový součet odrazivosti (reflektance), průchodu (transmitance) a absorpce je roven 1 (100%).

Pokud budeme uvažovat, že  $A \ll 1$ , pak vztah (2.12) lze přepsat:

$$R + T = 1 \quad \Rightarrow \quad T = 1 - R. \quad (2.15)$$

Celkovou odrazivost (reflektanci)  $R$  lze určit podle:

$$R = |r_1 r_2|^2 = |(-0,278) \cdot 0,278|^2 = 0,00597$$

Průchod (transmitanci)  $T$  můžeme určit z (2.13):

$$T = 1 - R = 1 - 0,00597 = 0,994$$

Frenselův koeficient průchodu  $t$  lze určit z transmitance,

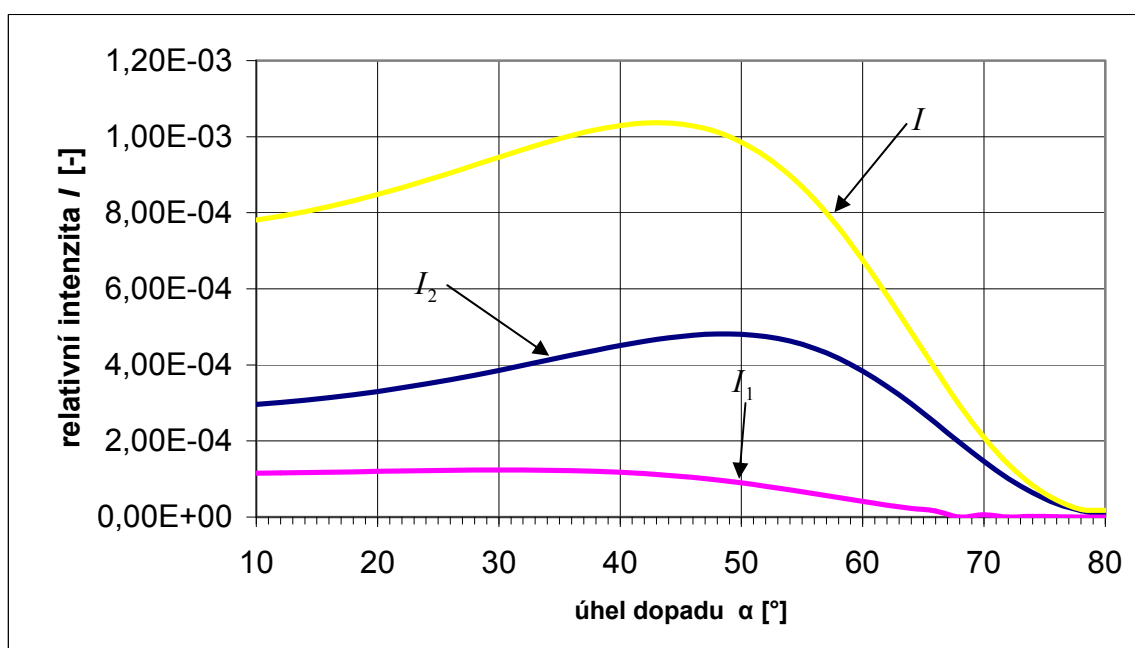
$$T = \frac{n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_1} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{T \frac{n_1 \cos \alpha_1}{n_2 \cos \alpha_2}} = \sqrt{0,994 \cdot \frac{1 \cdot \cos 45}{1,52 \cdot \cos 34,45}} = 0,7488$$

Nyní lze vypočítat optické intenzity prvního  $I_1$  a druhého  $I_2$  paprsků podle (2.11) a (2.12):

$$I_1 = E_1^2 = (E_0 r_1^2 t^6)^2 = (E_0 (-0,278)^2 \cdot 0,7488^6)^2 = 1,855 \cdot 10^{-4} E_0^2,$$

$$I_2 = E_2^2 = (E_0 r_1 r_2 t^4)^2 = (E_0 \cdot (-0,278) \cdot 0,278 \cdot 0,7488^4)^2 = 5,1 \cdot 10^{-4} E_0^2,$$

Pomocí programu MATLAB lze vykreslit jednotlivé intenzity  $I_1$  a  $I_2$  a výsledná intenzita se pak spočte vztahem (2.7)  $I$ .



Obr. 2.4: Závislost poměru intenzit prvního  $I_1$  paprsku a druhého  $I_2$  paprsku na úhlu natočení vůči referenčnímu paprsku a výsledná intenzita  $I$

Intenzita  $I_1$  a  $I_2$  jsou si nejpodobnější při malém úhlu. Se zvětšujícím se úhlem roste  $I_2$  tak, že  $I_1 < I_2$ . Z Obr.2.4) je vidět, že celková optická intenzita  $I$  pro dráhový rozdíl  $\delta = 633\text{m}$  bude největší. Je také vidět, že při dopadu pod úhlem  $45^\circ$ , bude i největší celková optická intenzita.

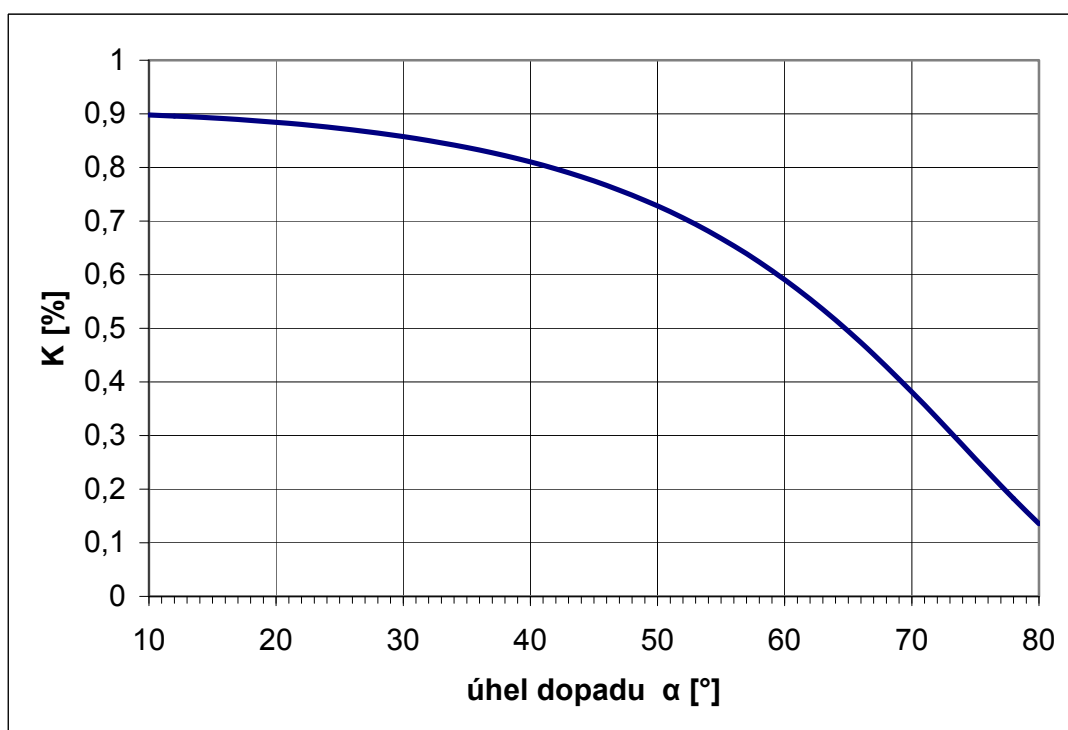
Z grafu je patrné, že při malém úhlu natočení jsou intenzity paprsků nejméně rozdílné a se zvětšující se úhlem už nejsou intenzity podobné.

Je-li splněna podmínka  $I_1 = I_2$ , je největší i hodnota kontrastu interferenčního obrazce. V tomto případě to nelze splnit. Budeme-li však zjišťovat kontrast při  $45^\circ$ , můžeme aplikovat vztah (1.45):

$$K = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)},$$

$$K = \frac{4\sqrt{2,389 \cdot 10^{-6} E_0^2 \cdot 32,425 \cdot 10^{-6} E_0^2}}{2(2,389 \cdot 10^{-6} E_0^2 + 32,425 \cdot 10^{-6} E_0^2)},$$

$$K = 0,776 = 77,6 \, \%.$$



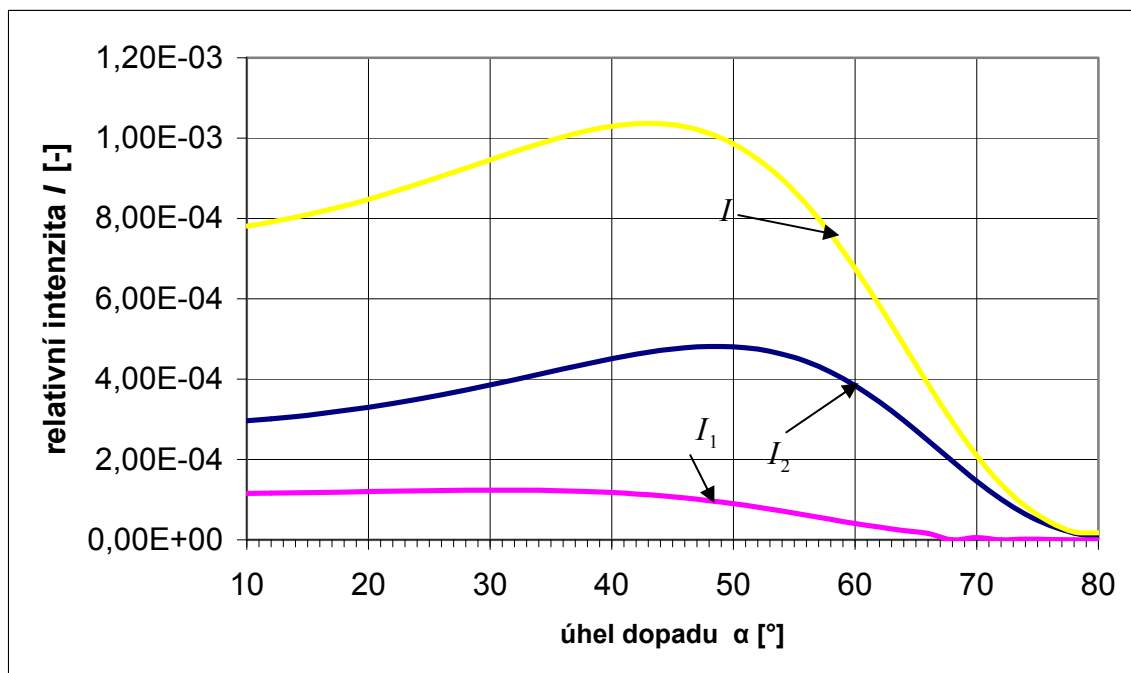
**Obr. 2.5: Závislost kontrastu interferenčního obrazce na úhlu dopadu.**

Z (Obr.2.5) je patrné, že jasně viditelný kontrast má interferenční obrazec téměř při jakémkoliv dopadajícím referenčním paprsku na planparalelní destičku. V rozmezí od  $10^\circ$  -  $70^\circ$  je kontrast relativně dobrý 90 % - 40 %, což umožňuje dobře rozpoznat interferenční maxima od minim.

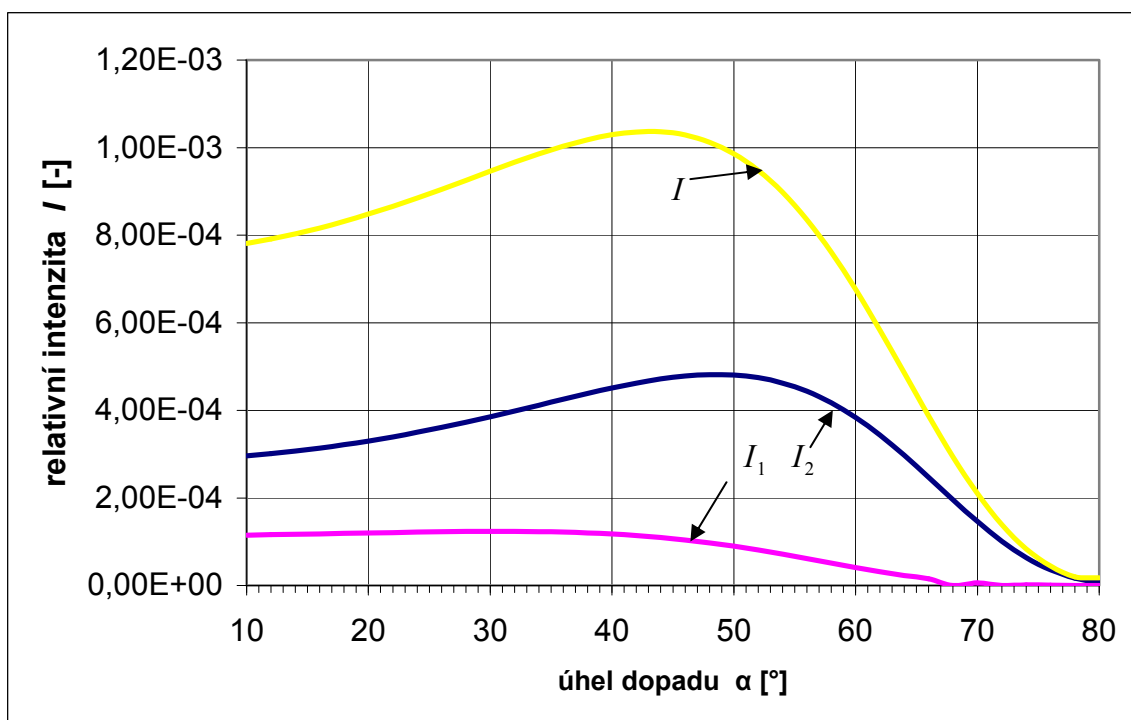
Porovnáním (Obr. 2.4) a (Obr. 2.5) je patrné, že největší kontrast interferenčního obrazce bude, pokud  $I_1$  bude podobné  $I_2$ , nejlepší případ by byl, kdyby  $I_1 = I_2$ , což ale nelze při uspořádání podle (Obr. 2.2). Celková velikost konečné optické intenzity  $I$  bude však hlavně závislá na dráhovém rozdílu. Na následujících obrázcích jsou zobrazeny jednotlivé intenzity.

Na (Obr. 2.6 a 2.7) je vidět maximální celková intenzita  $I$ , která je zachycena pozorovacím stínítkem zase při různém úhlu dopadu paprsku na planparalelní destičku. Je vidět,

že celková intenzita  $I$  je velká oproti  $I_1$  a  $I_2$ , což odpovídá vzniku interferenčního maxima dráhový je úměrný relaci (2.10).



Obr. 2.6: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro  $l=316\text{nm}$  splňující podmínku (2.10) pro vznik interferenčního maxima



Obr. 2.7: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro  $l=633\text{nm}$  splňující podmínku (2.10) pro vznik interferenčního maxima

Pro maximální intenzitu (interferenční maximum) platí dle odvození Michelsonova interferometru vztah (2.10), je-li dráhový rozdíl  $l = 316\text{nm}$  a  $\lambda = 633\text{nm}$ , lze psát:

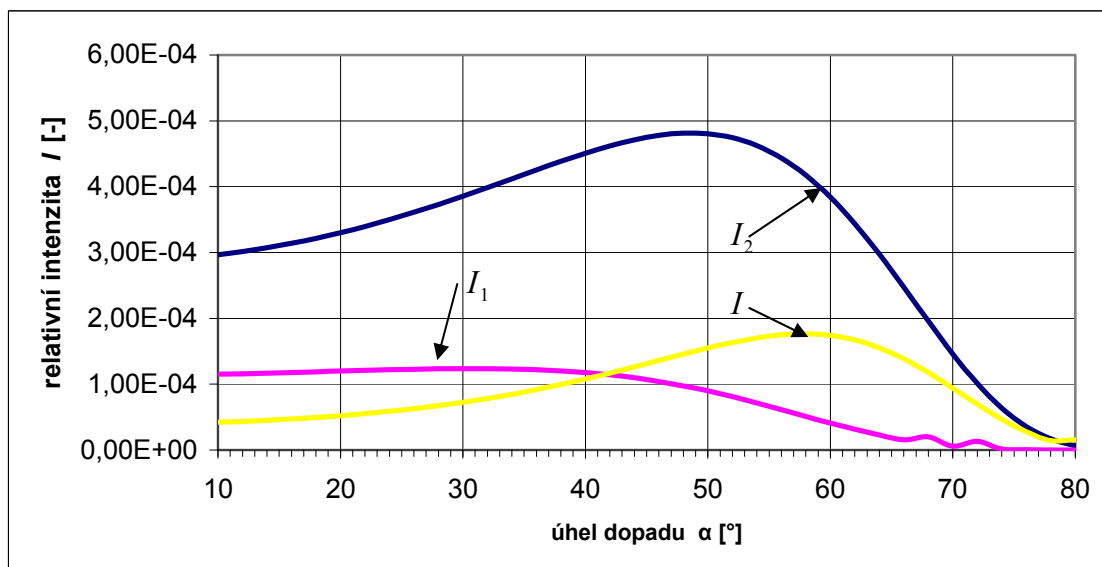
$$l = N \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 316 \cdot 10^{-9} = N \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}}{2} \Rightarrow N = \frac{2 \cdot 316 \cdot 10^{-9}}{633 \cdot 10^{-9}} = 1.$$

Pro druhý případ, je-li  $l = 633\text{nm}$  a  $\lambda = 633\text{nm}$ , lze psát:

$$l = N \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 633 \cdot 10^{-9} = N \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}}{2} \Rightarrow N = \frac{2 \cdot 633 \cdot 10^{-9}}{633 \cdot 10^{-9}} = 2$$

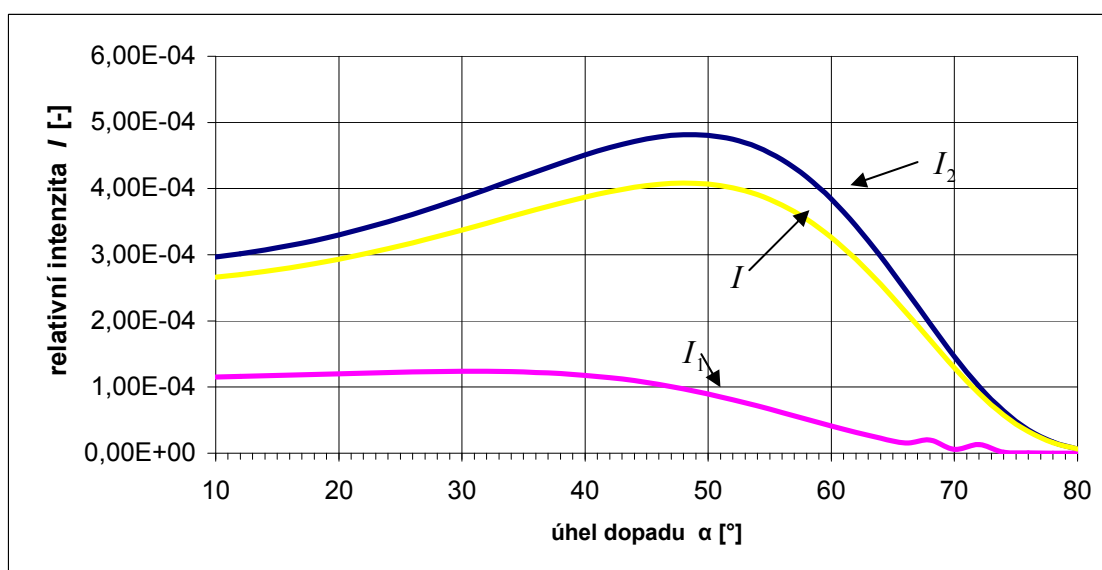
Oba výpočty odpovídají relaci (2.10) a jedná se o nahromadění světelné energie v daném místě (interferenční maximum).

Jak bude vypadat celková intenzita, při vzniku interferenčního minima, ukazují následující grafy.



Obr. 2.8: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro  $l=474\text{nm}$  splňující podmínku pro vznik interferenčního maxima

Ukázka velikosti celkové intenzity, není-li splněna podmínka pro maximum ani pro minimum je na (Obr. 2.9).



Obr. 2.9: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro  $l=850\text{nm}$



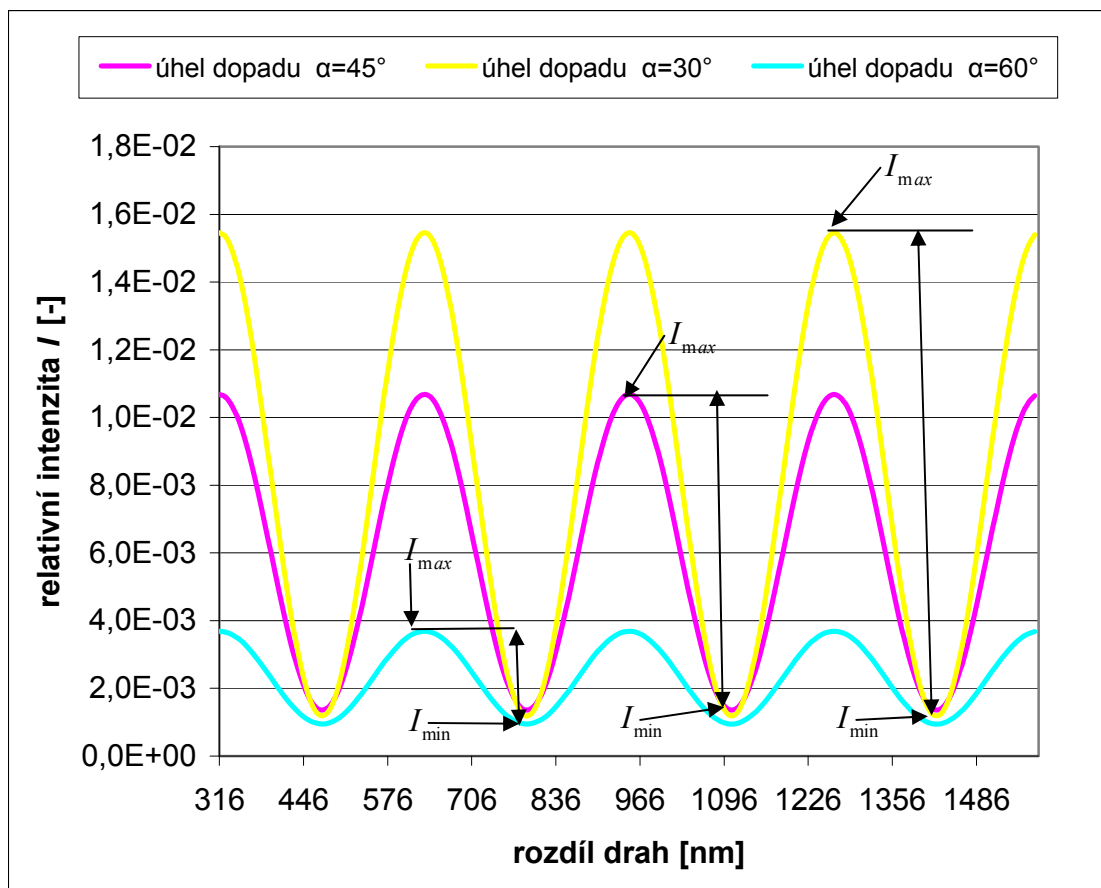
Po dosazení do podmínky interferenčního minima lze psát:

pro  $l = 474\text{nm}$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$ :

$$l = \frac{(2 \cdot N + 1) \cdot \lambda}{4} \Rightarrow 474 \cdot 10^{-3} = \frac{(2 \cdot N + 1) \cdot 633 \cdot 10^{-3}}{4} \Rightarrow (2 \cdot N + 1) = \frac{4 \cdot 474 \cdot 10^{-3}}{633 \cdot 10^{-3}},$$

pro  $N = 1$  se obě strany rovnají.

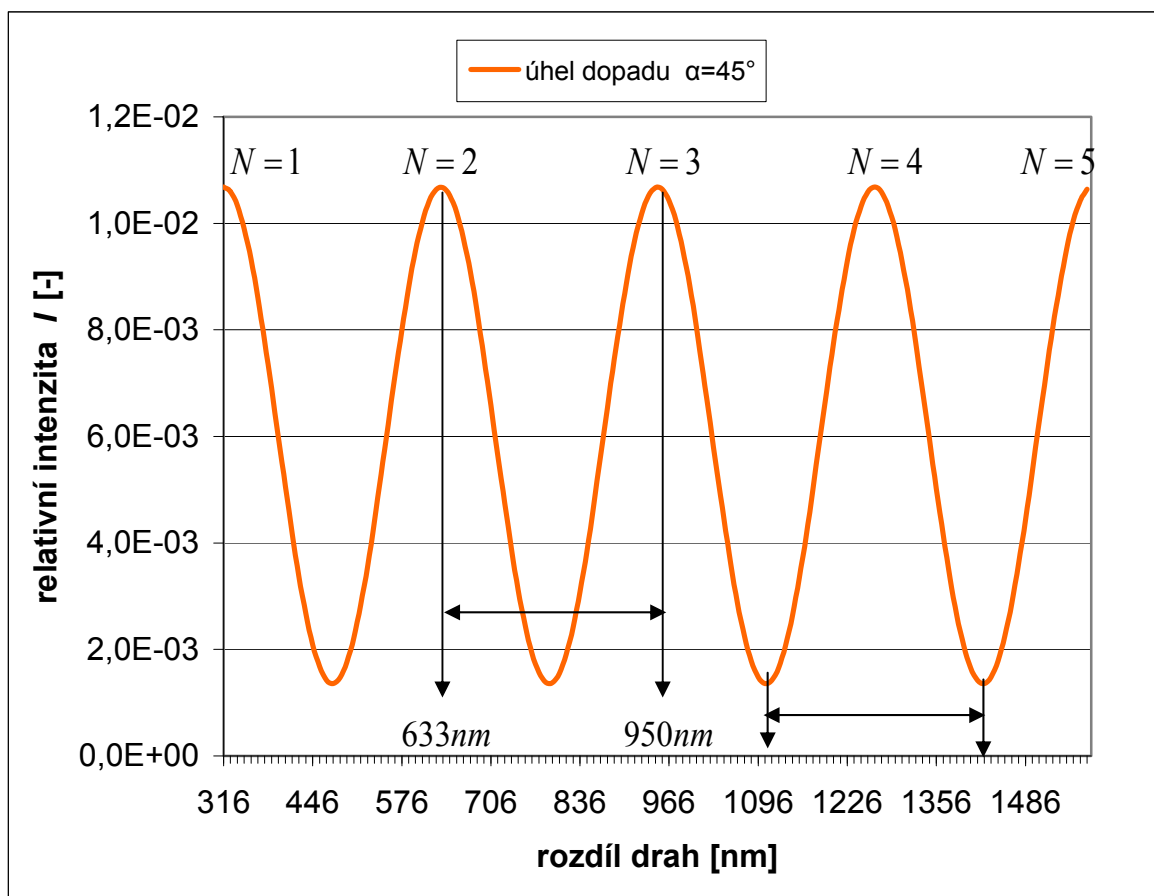
Nyní lze určit při jakém dráhovém rozdílu  $\delta$  budou pozorovatelné uprostřed interferenčního obrazu maxima nebo minima (zde je uvažován He-Ne laser  $\lambda = 633\text{nm}$ ).



Obr. 2.10: Závislost interferenčních maxim a minim na rozdílu drah.

Jednotlivé křivky určují závislost interferenčních maxim a minim při různém úhlu natočení planparalelní destičky vůči referenčnímu paprsku. Žlutá je pro úhel  $30^\circ$ , růžová pro  $45^\circ$  a modrá pro  $60^\circ$ . Je zde vidět, že natočení destičky nemá vliv na polohu maxim a minim, mění se akorát celková intenzita, což už bylo ukázáno v předchozích úvahách. Z maximálních a minimálních intenzit můžeme určit kontrast interferenčního obrazce. Z jednotlivých průběhů je patrné, že největšího kontrastu se dosáhne bude-li paprsek dopadat pod menším úhlem na planparalelní destičku. Při větším úhlu dopadu na planparalelní destičku se zmenšuje rozdíl  $I_{\max}$  a  $I_{\min}$ , což má za následek menší kontrast. Vyplývá to přímo z relace (1.44).

Nyní lze určit vzdálenost (dráhový rozdíl), při kterém dojde ke změně z jedno maxima na další (stále je uvažován jako zdroj záření He-Ne laser  $\lambda = 633\text{nm}$ )



Obr. 2.11: Závislost interferenčních maxim a minim na rozdílu drah

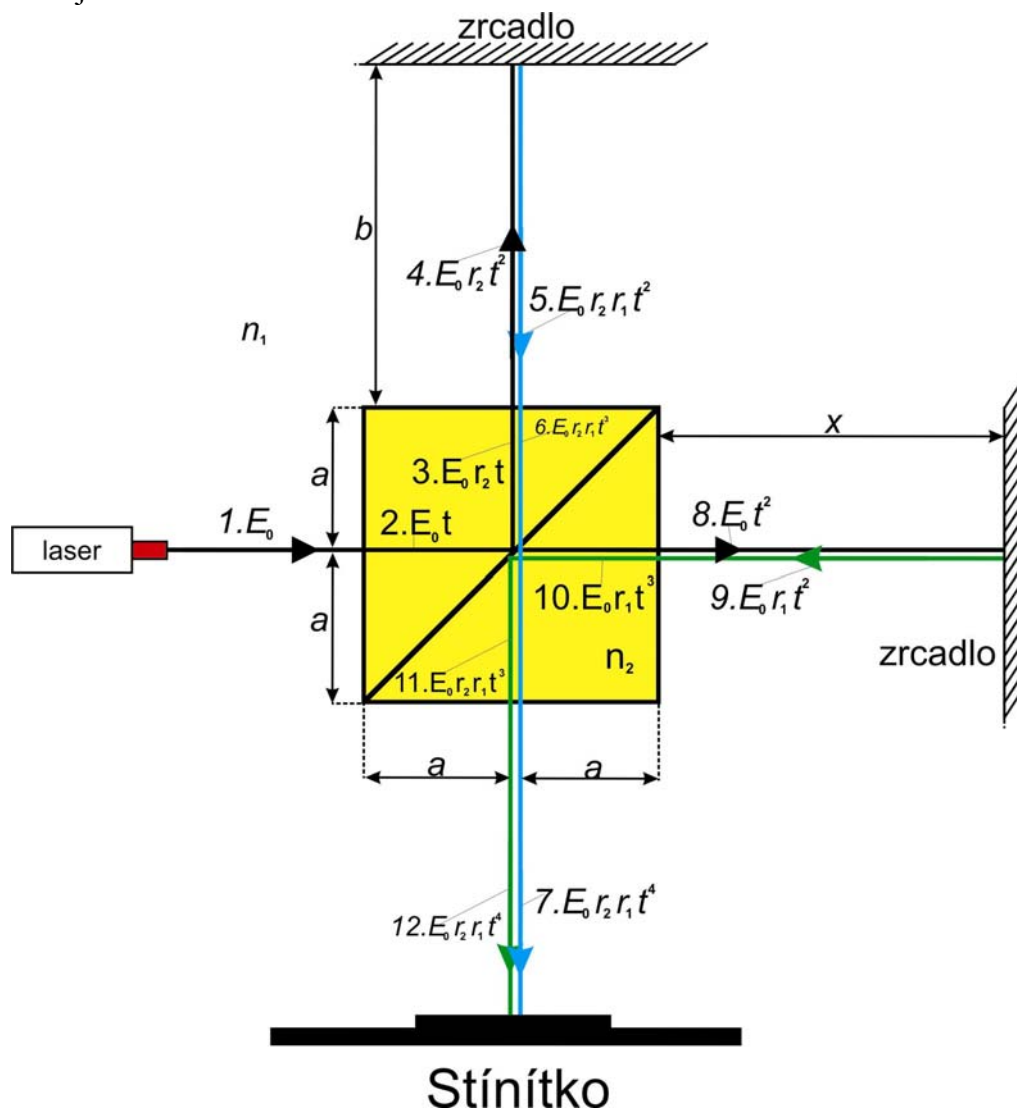
Písmenkem  $N$  je zde označena změna maxima.

Pro  $N=2$  bude dráhový rozdíl dle (2.10):  $l = N \cdot \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}}{2} = 633\text{nm}$

Pro  $N=3$  bude dráhový rozdíl dle (2.10):  $l = N \cdot \frac{\lambda}{2} = 3 \cdot \frac{633 \cdot 10^{-9}}{2} = 949,5\text{nm}$

Z (Obr. 2.11) je i patrné, že dráhový rozdíl, při kterém dojde ke změně z maxima na další maximum, je stejný, jako při změně z minima na další minimum.

Pro jednodušší použití a lepší vlastnosti byla planparalelní destička nahrazena děličem svazku (Beam Splitter). Na (Obr. 2.6.) je laboratorní přípravek pomocí kterého budou provedena jednotlivá měření.



Obr. 2.12: Schéma Michelsonova interferometru s děličem svazku (dělicí kostkou – Beam Splitter)

Zase lze vypočíst (podle Obr. 2.13) dráhový rozdíl:

$$\delta = (a + a + b + b + a + a + l) - (a + a + x + x + a + a + l),$$

Dostáváme zase vztah (2.5):

$$\delta = 2(x - b)$$

pro fázový rozdíl  $\Delta \varphi$  lze zase :

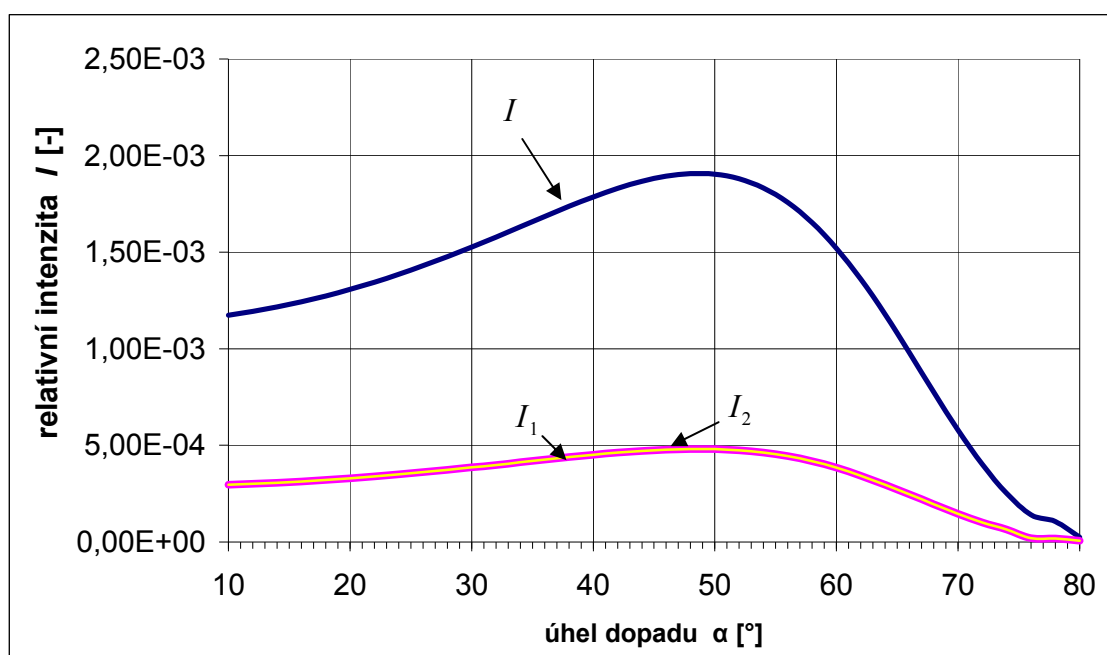
$$\Delta \varphi = \frac{4\pi}{\lambda}(x - b).$$

Pro  $I_1$  a  $I_2$  můžeme psát:

$$I_1 = E_1^2 = (E_0 r_1 r_2 t^4)^2, \quad (2.16)$$

$$I_2 = E_2^2 = (E_0 r_1 r_2 t^4)^2. \quad (2.17)$$

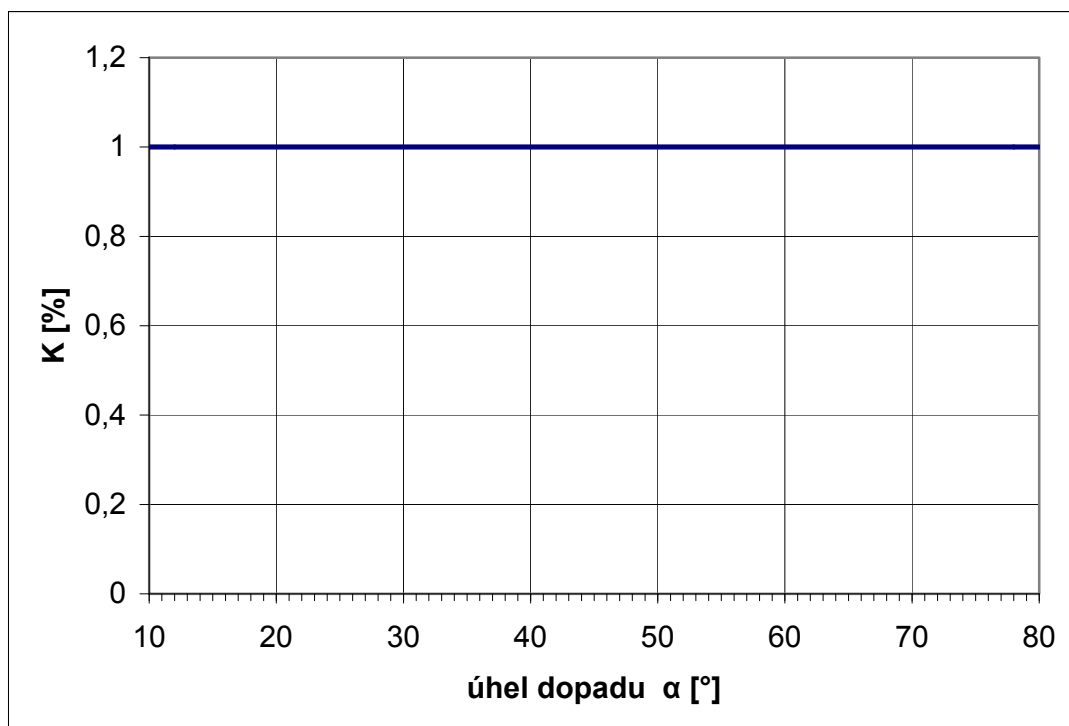
Je patrné, že  $I_1$  a  $I_2$  jsou stejné,  $I_1 = I_2$ . Budeme-li uvažovat stejně jako v předchozí případě a budeme-li měnit úhel, pod kterým dopadá paprsek na planparalelní destičku (tj. uprostřed hranolu), pak nastane případ na (Obr. 2.8.)



Obr. 2.13: Závislost poměru intenzit prvního  $I_1$  paprsku a druhého  $I_2$  paprsku na úhlu natočení vůči referenčnímu paprsku a výsledná intenzita  $I$

Modrá a růžová křivka jsou  $I_1$  a  $I_2$ . A modrá je výsledná intenzita  $I$ . Je z toho patrné, že je jedno pod kterým úhlem dopadá referenční paprsek na planparalelní destičku, protože intenzity prvního a druhého paprsku budou vždy stejné  $I_1 = I_2$ . Tím je zajištěno, že i kontrast bude vždy stejný a to 100% a rozpoznání interferenčních maxim a minim bude jasně zřetelné.

Na následujícím grafu je vyneseny kontrast, který je konstantní při různém dopadu paprsku. [1],[2],[3],[4],[12],[13],[15]



Obr. 2.14: Závislost kontrastu interferenčního obrazce a úhlu dopadu

## 2.4 Měření pomocí Michelsonova interferometru

### 2.4.1 Měření extrémě krátkých vzdáleností

Měření extrémě krátkých vzdáleností vyplývá ze vztahu:

$$l = N \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (2.18)$$

Na sestaveném pracovišti byla změřena velikost prodloužení a smrštění zrcátka neseného piezokrystalem. Měření bylo provedeno změnou ss napětí na zrcátku neseném piezokrystalem. Bylo zde měřena vzdálenost se zvyšováním a snižováním napětí, z důvodu zjištění, zda-li vykazuje piezokrystal hysterezi. Pro měření bylo použité pracoviště sestavené dle obrázků z předchozí kapitoly s použitím dělicí kostky. Použité koherentního světlo je He-Ne laser, z důvodu velké koherentní délky, tak aby při změně vzdálenosti byl interferenční obrazec stále dostatečně viditelný. V následujících tabulkách lze vidět naměřené a vypočtené hodnoty délky dle vztahu(2.18).

- a) zvyšování napětí:  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $N$ =změna maxim,  $\varepsilon$ =absolutní chyba,  
 $\delta$ =relativní chyba,  $l$ =vypočteno dle (2.18)

Tab. 2.3.1: Závislost změny rozměru piezokrystalu na velikosti stejnosměrného napětí - zvyšování napětí

N	1.měření	2.měření	3.měření	4.měření	Půměrná hodnota	Absolutní chyba	Relativní chyba	l
	U [V]	U [V]	U [V]	U [V]	U [V]	$\varepsilon$	$\delta$	[m]
1	16,26	16,26	16,26	16,26	16,26	0,00E+00	0,00E+00	3,17E-07
2	27,67	29,80	25,41	27,80	27,67	3,55E-15	1,28E-14	6,33E-07
3	39,20	41,00	37,75	38,00	38,99	2,13E-01	5,45E-01	9,50E-07
4	49,20	49,70	45,10	47,90	47,98	1,23E+00	2,55E+00	1,27E-06
5	57,70	59,00	54,80	57,70	57,30	4,00E-01	6,98E-01	1,58E-06
6	68,20	67,80	64,60	66,90	66,88	1,33E+00	1,98E+00	1,90E-06
7	75,90	76,80	73,80	75,00	75,38	5,25E-01	6,97E-01	2,22E-06
8	84,90	86,70	84,40	84,20	85,05	1,50E-01	1,76E-01	2,53E-06
9	95,80	95,40	91,70	94,50	94,35	1,45E+00	1,54E+00	2,85E-06
10	102,70	102,70	102,70	102,70	102,70	0,00E+00	0,00E+00	3,17E-06

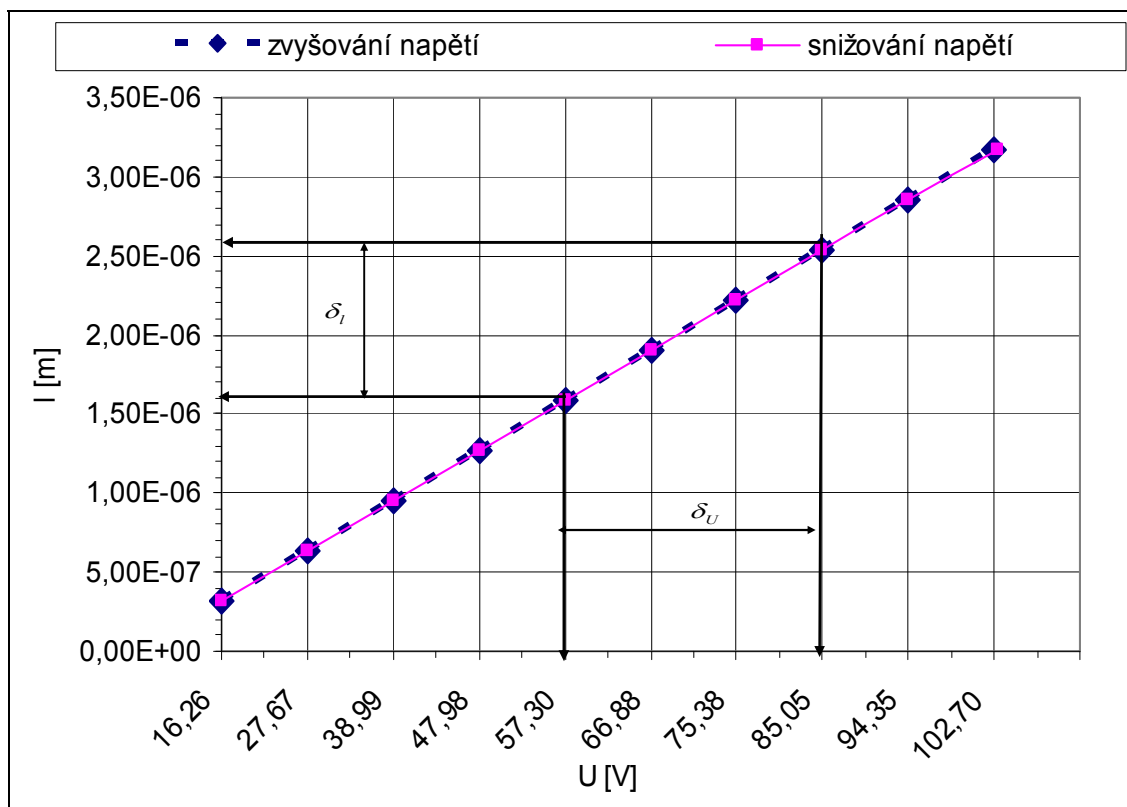
- b) snižování napětí:  $\lambda = 633\text{nm}$ ,  $N$ =změna maxim,  $\varepsilon$ =absolutní chyba,  
 $\delta$ =relativní chyba,  $l$ =vypočteno dle (2.18)

Tab. 2.3.2: Závislost změny rozměru piezokrystalu na velikosti stejnosměrného napětí - snižování napětí

N	1.měření	2.měření	3.měření	4.měření	Půměrná hodnota	Absolutní chyba	Relativní chyba	l
	U [V]	U [V]	U [V]	U [V]	U [V]	$\varepsilon$	$\delta$	[m]
1	102,70	102,70	102,70	102,70	102,70	0,00E+00	0,00E+00	3,17E-07
2	95,80	96,60	99,20	94,00	96,40	6,00E-01	6,00E-01	6,33E-07
3	84,70	83,20	85,90	81,00	83,70	1,00E+00	1,00E+00	9,50E-07
4	77,90	72,90	77,20	79,80	76,95	9,50E-01	9,50E-01	1,27E-06
5	67,40	64,30	67,50	68,90	67,03	3,75E-01	3,75E-01	1,58E-06
6	59,40	54,10	57,20	55,90	56,65	2,75E+00	2,75E+00	1,90E-06
7	52,10	45,30	46,60	44,80	47,20	4,90E+00	4,90E+00	2,22E-06
8	40,70	36,50	39,30	32,05	37,14	3,56E+00	3,56E+00	2,53E-06
9	24,75	28,10	29,20	24,30	26,59	1,84E+00	1,84E+00	2,85E-06
10	16,25	16,26	16,25	16,25	16,25	2,50E-03	2,50E-03	3,17E-06

První sloupec určuje kolik změn bylo pozorováno (v našem případě maximálně 10), tj. kolikrát se změnilo jedno maximum na další maximum při změně napětí. Na sestrojeném grafu z naměřených hodnot je vidět že se zvyšujícím (nebo snižujícím) napětí se piezokrystal lineárně prodlužuje (nebo smršťuje).

Je lze také vidět, že změna z jednoho maxima na další nastane, pokud se změní napětí přibližně o 10V.



Obr. 2.15: Závislost prodloužení (smrštění) piezokrystalu na napětí

Z (Obr. 2.16) lze určit posuv krystalu při změně napětí:

$$\text{posuv } h = \left| \frac{\delta_l}{\delta_U} \right| = \left| \frac{2,53 \cdot 10^{-6} - 1,58 \cdot 10^{-6}}{85,05 - 57,30} \right| = 34 \text{ nm/V},$$

k této hodnotě se musí ještě uvažovat šumové napětí, které se odhaduje 3nm/V. Posun piezokrystalu pak je:

$$h = (32 \pm 3) \text{ nm/V}$$

Měřením bylo zjištěno, jaký posuv bude vykazovat piezokrystal při přiloženém napětí. Dále z grafu vyplývá, že se neprojeví hystereze piezokrystalu.

Použité prvky a přístroje:

- He-Ne Laser, Uniphase, Model 1508-0, Seriál No. 1190728/4.0  
 $\lambda = 633 \text{ nm}$
- Pěvně uchycené zrcátko
- Piezokrystal nesený na zrcátku
- Dělicí kostka (Beam Splitter)
- Stojánky a úchyty pro dané prvky
- Detektor Newport LBP Series USB2, Measurement systém s nastaveným rozlišením 640x480 bodu s citlivostí 9,0515  $\mu\text{m/pixel}$  v horizontálním směru a 8,3  $\mu\text{m/pixel}$  ve vertikálním směru a s velikostí aktivní plochy 5,79mm x 3,98mm
- školní přípravek umožňující měnit stejnosměrné napětí, počítač

### 2.4.2 Měření koherenční délky

Pomocí Michelsonova interferometru může být měřena koherenční délka z rozdílu optických drah. Vzdálenost jednoho paprsku se prodlužuje tak dlouho, dokud nezanikne interferenční obrazec. Rozdíl optických drah při zániku nám pak určuje koherenční délku použitého světelného zdroje. Jinak řečeno – interference je pozorovatelná pouze tehdy, je-li dráhový rozdíl menší než koherenční délka. V praxi a v publikacích bývá často bývá často definována ztráta koherence jako pokles kontrastu na méně než 5%. Jelikož laboratoř, ve které bude pokus proveden neumožňuje svou velikostí a částečně i vybavením možnost měřit koherenční délku laseru (vysoce koherentního světla), proto bylo byla zvolena laserová dioda, která, podle typu, může dosahovat koherenční délky několika centimetrů.

Pokus: LD -  $\lambda = 670\text{nm}$ , Budič LD-HL6312G.

Při uspořádané optické soustavě s Michelsonovým interferometrem se bude mechanicky měnit jedna vzdálenost zrcátka. Vymizením interferenčního obrazce lze pak určit, o jakou vzdálenost se posunulo zrcátko, tato vzdálenost je koherenční délka. Toto měření bude provedeno vícekrát, pokaždé s jinak uspořádanou optickou soustavou.

Tab. 2.3.3: Měření koherenční délky

Číslo měření	Koherenční délka $l_k$
1.	0,915mm
2.	0,890mm
3.	0,945mm
Průměrná hodnota	0,917mm

Z měření vyplývá, že koherenční délka použité LD je 0,917mm. Tento výsledek je možné i jednoduše ověřit dle vztahu (1.19)

$$l_k \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda},$$

vlnová délka je známá a šířku spektrální čáry  $\Delta\lambda$  pomocí přístroje AvaSpec-3648 a programu AvaSoft Spectrometer 7.0.3 Full. Šířka spektrální čáry je:  $\Delta\lambda = 0,5\text{nm}$

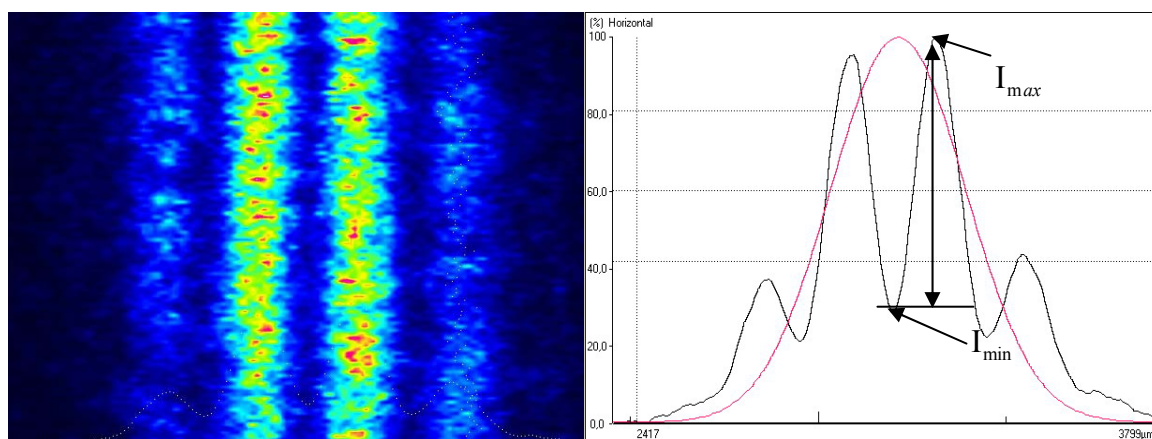
Dosazením do uvedeného vztahu:

$$l_k = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{(670 \cdot 10^{-9})^2}{0,5 \cdot 10^{-9}} = 0,8978\text{mm}.$$

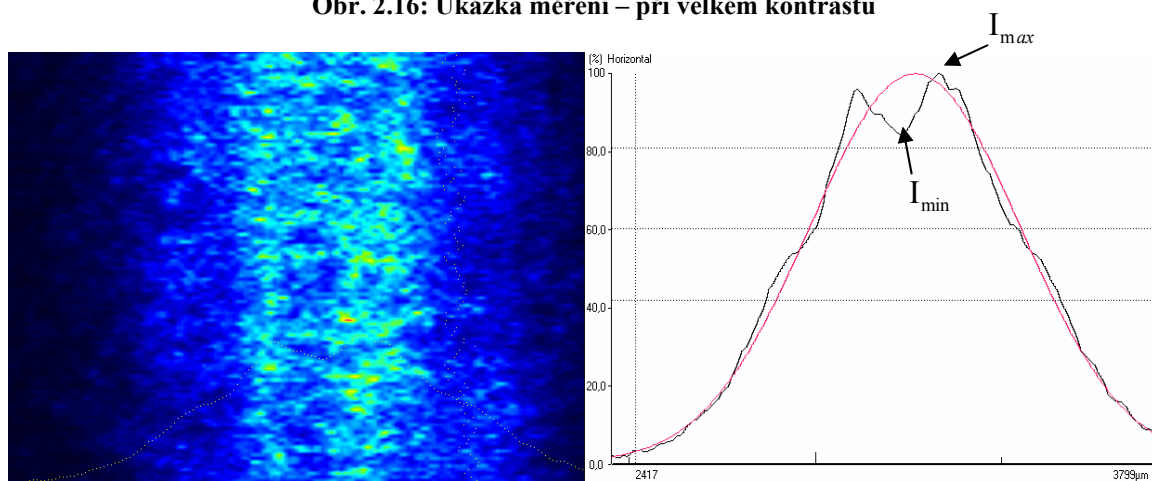
Změřená hodnota pomocí Michelsonova interferometru a vypočtená hodnota dle (1.19), se od sebe liší o 2%. Měření je relativně přesné.

Na následujících obrázcích je ukázka průběhu měření.





Obr. 2.16: Ukázka měření – při velkém kontrastu



Obr. 2.17: Ukázka měření – při dosažení koherentní délky – malý kontrastu

- Použité prvky a přístroje:
- LD -  $\lambda = 670\text{nm}$  , Budič LD-HL6312G
  - Piezokrystal nesený na zrcátku, Pěvně uchycené zrcátko
  - Dělicí kostka (Beam Splitter)
  - Stojánky a úchyty pro dané prvky
  - Detektor Newport LBP Series USB2, Measurement systém s nastaveným rozlišením 640x480 bodu s citlivostí 9,0515  $\mu\text{m}/\text{pixel}$  v horizontálním směru a 8,3  $\mu\text{m}/\text{pixel}$  ve vertikálním směru a s velikostí aktivní plochy 5,79mm x 3,98mm
  - milimetrový posuv, ze kterého byla odečítána vzdálenost

### 2.4.3 Měření vlnové délky

Měření probíhá tak, že měříme vzdálenost mezi planparalelní destičkou a pohyblivým zrcátkem. Je potřeba sledovat střed interferenčního obrazce, kde se budou objevovat světlé a tmavé proužky, které odpovídají maximům a minimům. Abychom mohli určit vlnovou délku použitého laseru, stačí počítat počet změn, které budou pozorovatelné uprostřed interferenčního obrazce, během změny vzdáleností zrcátka.

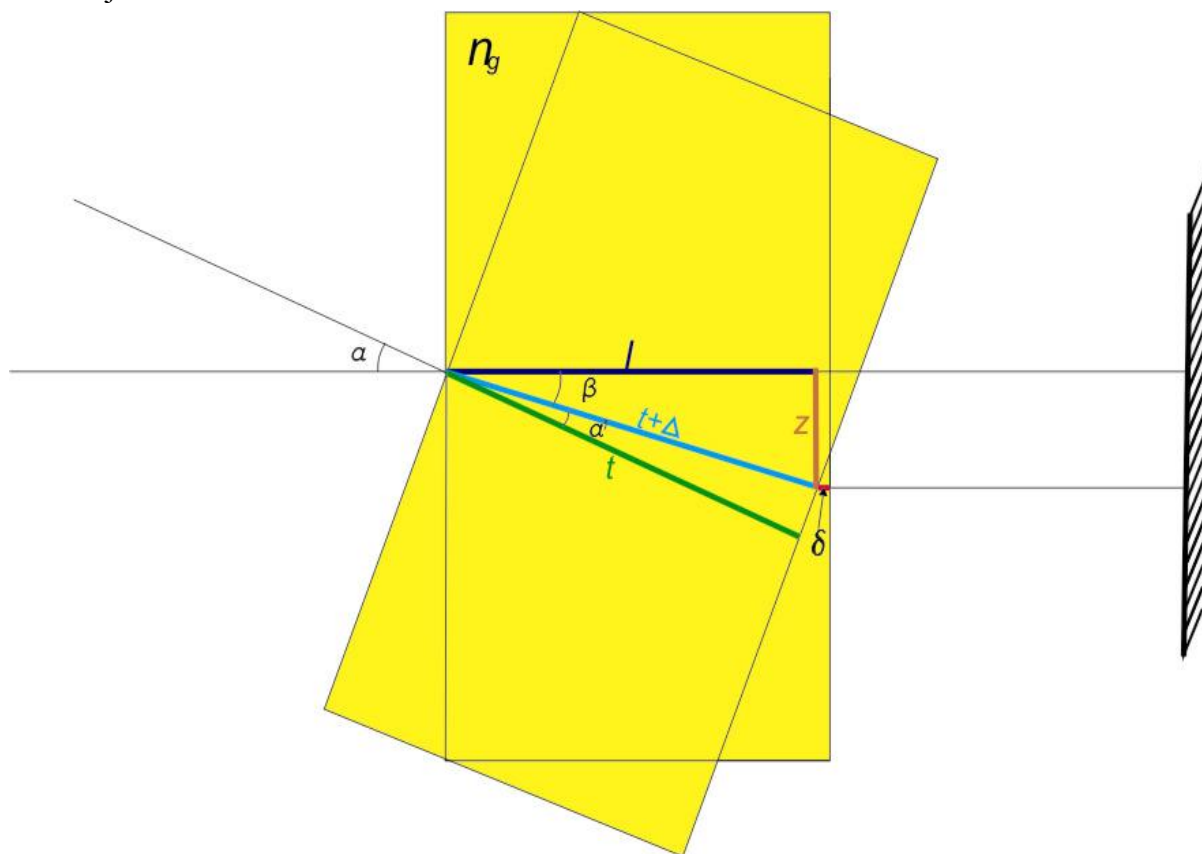
Délku vlny lze určit podle vztahu:

$$\lambda = \frac{2x}{N}, \quad (2.19)$$

kde  $N$  je celkový počet změn a  $x$  je vzdálenost, o kterou se posunulo pohyblivé zrcátko.

#### 2.4.4 Měření indexu lomu

Budeme-li chtít zjistit index lomu daného materiálu např. skla, je potřeba měnit pomalu tloušťku skleněné destičky, kterou laserový paprsek prochází. Změna může být minimální, proto stačí, když se bude danou skleněnou destičkou pootáčet a tím měnit tloušťku. Budeme-li chtít zjistit index lomu skleněné destičky, je potřeba nejdříve provést analýzu a odvodit potřebný vztah, podle kterého se index lomu použité skleněné destičky vypočte. Podobně jako v případě měření vlnové délky, je potřeba zachytit změnu interferenčního obrazce. Změna tloušťky se projeví změnou polohy maxim a minim. K odvození daného vztahu nám pomůže následující obrázek.



Obr. 2.18: Natáčení skleněné destičky pro odvození indexu lomu

Podle (Obr.2.19) lze psát:

$$d = \frac{N \cdot \lambda}{2} = \Delta + \frac{\delta}{n_g} \quad (2.20)$$

$$\beta = \alpha - \alpha' \quad (2.21)$$

$$\cos \alpha' = \frac{t}{t + \Delta} \Rightarrow \Delta = \frac{t}{\cos \alpha'} - t \quad (2.22)$$

$$\delta = t - l = n_g (t - (t + \Delta) \cdot \cos \beta) \quad (2.23)$$

Kombinací těchto vztahů vznikne výsledný vztah pro výpočet indexu lomu. Jelikož bylo odvození náročné a zdlouhavé, je pak uvedené v příloze.

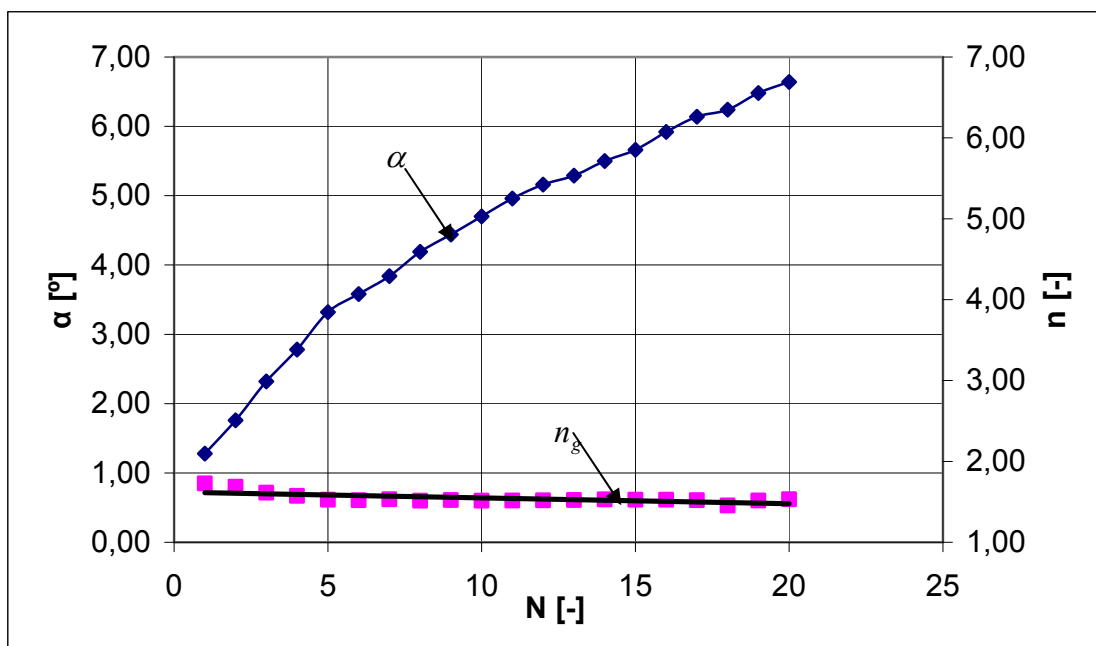
$$n_g = \frac{(2t - N\lambda) \cdot (1 - \cos \alpha) + \frac{N^2 \cdot \lambda^2}{4t}}{2t \cdot (1 - \cos \alpha) - N\lambda}, \quad (2.24)$$

kde  $t$  je tloušťka destičky,  $N$  je počet změn,  $\lambda$  je vlnová délka použitého laseru a  $\alpha$  je úhel pootočení destičky.

Vztah (2.24) je odvozený z počáteční kolmé polohy dopadu laserového paprsku na sklíčko. Kdyby v počáteční poloze sklíčko nebylo kolmé, musel by se vztah (2.24) modifikovat.

Tab. 2.3.4: Měření indexu lomu :  $t = 2,95\text{mm}$ ,  $\lambda = 633\text{nm}$

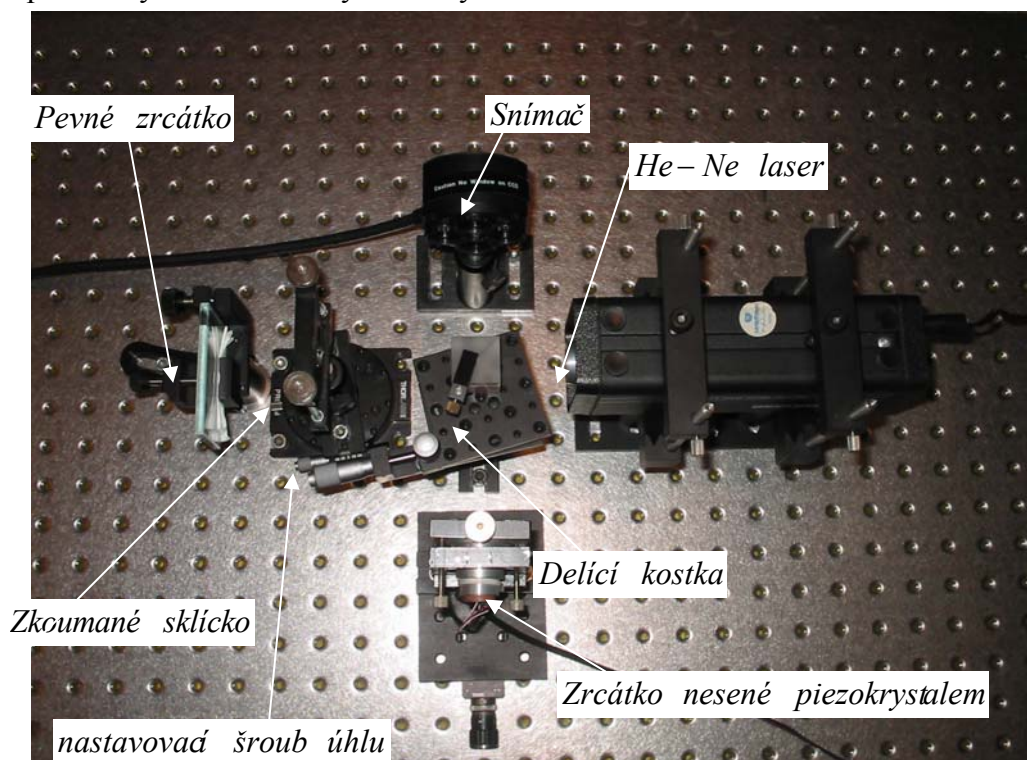
N	1.měření	2.měření	3.měření	průměr	$n_g$
	$\alpha [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$	$[-]$
1	1,28	1,34	1,26	1,29	1,73
2	1,76	1,96	1,86	1,86	1,69
3	2,32	2,47	2,28	2,36	1,61
4	2,78	2,86	2,70	2,78	1,57
5	3,32	3,23	3,04	3,20	1,53
6	3,58	3,60	3,36	3,51	1,52
7	3,84	3,84	3,62	3,77	1,53
8	4,19	4,12	3,90	4,07	1,51
9	4,44	4,28	4,16	4,29	1,52
10	4,70	4,56	4,40	4,55	1,51
11	4,96	4,80	4,54	4,77	1,52
12	5,16	5,00	4,76	4,97	1,52
13	5,29	5,20	5,00	5,16	1,52
14	5,50	5,36	5,14	5,33	1,53
15	5,66	5,60	5,34	5,53	1,53
16	5,92	5,68	5,54	5,71	1,53
17	6,14	5,92	5,66	5,91	1,52
18	6,24	6,08	6,76	6,36	1,45
19	6,48	6,26	6,04	6,26	1,52
20	6,64	6,28	6,16	6,36	1,53



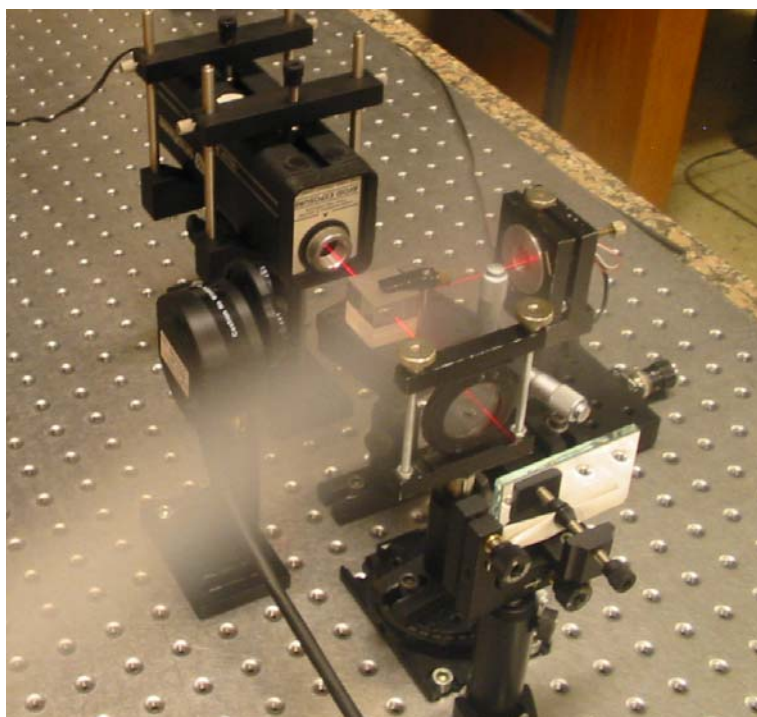
Obr. 2.19: Závislost indexu lomu na natočení zkoumaného materiálu

Hodnota materiálu indexu lomu je uváděna 1,54. Z (Obr.2.20) je patrné, že změřený index lomu se limitně blíží k hodnotě 1,52-1,53, což odpovídá absolutní chybě 1%.

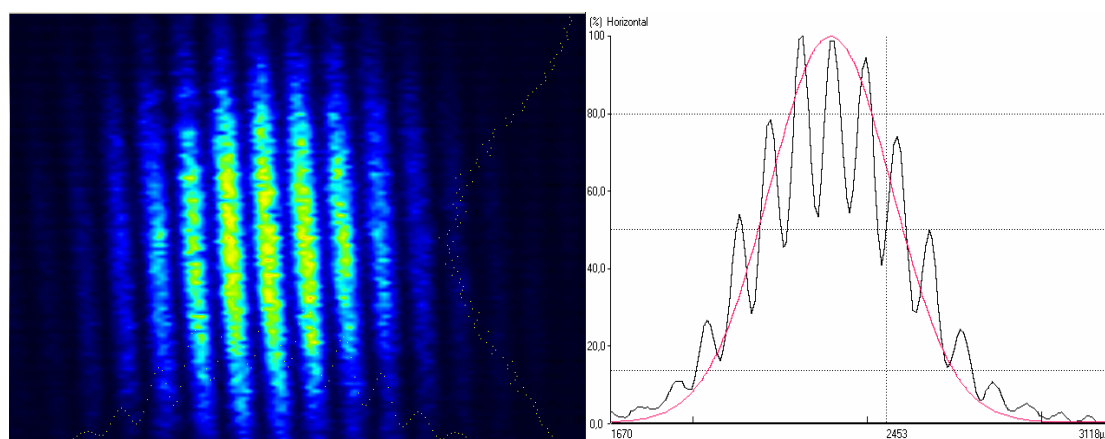
Na daných obrázcích je zobrazeno uspořádání pracoviště, pomocí kterého byly tyto metody aplikovány a dané veličiny změřeny.



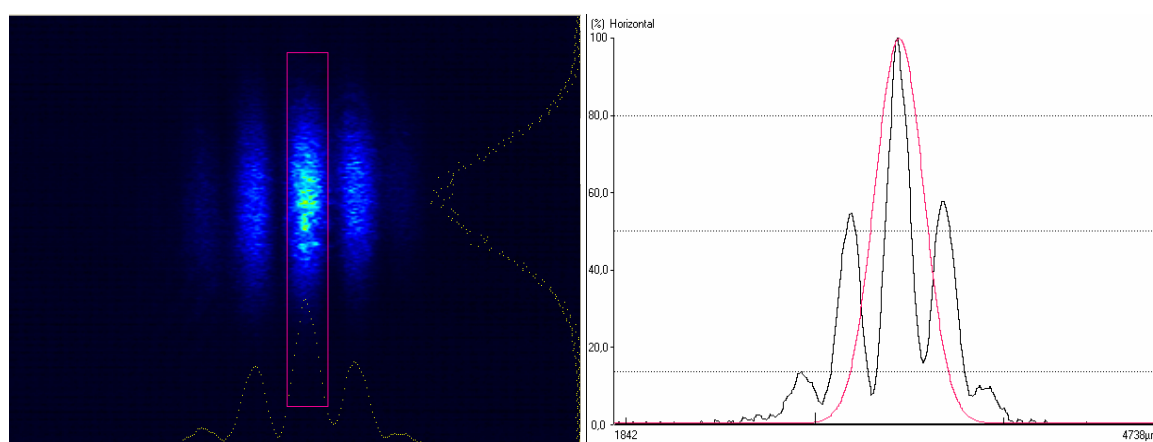
Obr. 2.20: Zapojení pracoviště pro měření indexu lomu



**Obr. 2.21: Detailnější pohled z jiného úhlu**



**Obr. 2.22: Interferenční obrazec s mnoha maximy a minimy používaný při měření**



**Obr. 2.23: Interferenční obrazec s třema jasně zřetelnými maximy**

Použité prvky a přístroje:

- He-Ne Laser, Uniphase, Model 1508-0, Seriál No. 1190728/4.0  
 $\lambda = 633\text{nm}$
- Pěvně uchycené zrcátko
- Piezokrystal nesený na zrcátku
- Dělicí kostka (Beam Splitter)
- Stojánky a úchyty pro dané prvky
- Detektor Newport LBP Series USB2, Measurement systém  
s nastaveným rozlišením 640x480 bodu s citlivostí  
9,0515 $\mu\text{m}$ /pixel v horizontálním směru a 8,3  $\mu\text{m}$ /pixel ve  
vertikálním směru a s velikostí aktivní  
plochy 5,79mm x 3,98mm
- počítač
- úhlový posuv, pomocí kterého byl nastavován úhel
- zkoumané sklíčko s indexem lomu 1,54

### 3 Piezoelektrický jev

Při mechanickém namáhání (tlak, tah, ohyb, krut) piezoelektrického krystalu nebo vhodně vyřezané destičky se na stlačených plochách objeví elektrické napětí od nekompenzovaného náboje. Jedná se v podstatě o polarizaci látky tlakem. Piezoelektrický jev se projevuje pouze v krystalech, jejichž elementární buňky nemají elektrický střed symetrie. Piezoelektrický jev se využívá např. pro rezonanční prvky oscilátorů, zdroje ultrazvuku, mikrofony, tlakoměry apod. Lze ho rozdělit na přímý a převrácený. V tomto případě je podstatou mluvit o převráceném.

#### 3.1 *Převrácený piezoelektrický jev*

Používá se hlavně u piezoelektrických rezonátorů a oscilátorů ve vysokofrekvenční technice.

Přivedeme-li na krystal elektrické náboje tím, že např. krystal vložíme do elektrického pole mezi dvě kovové desky, krystal se v daném směru zkracuje, resp. prodlužuje podle toho, jaký byl směr a smysl elektrického pole mezi deskami k danému směru.

Privádíme-li na desky střídavé napětí, mění se smysl elektrického pole periodicky v taktu frekvence. Vzhledem k existenci převráceného piezoelektrického jevu se začne krystal periodicky zkracovat a prodlužovat, přičemž se deformace dějí rovněž v taktu frekvence střídavého napětí. Periodické deformace mechanických soustav se nazývají kmity soustavy, lze proto říci, že krystal se působením střídavého elektrického pole v důsledku svých piezoelektrických vlastností rozkmitá.

Přímý a převrácený piezoelektrický jev jsou spolu vázány tímto obecným pravidlem:

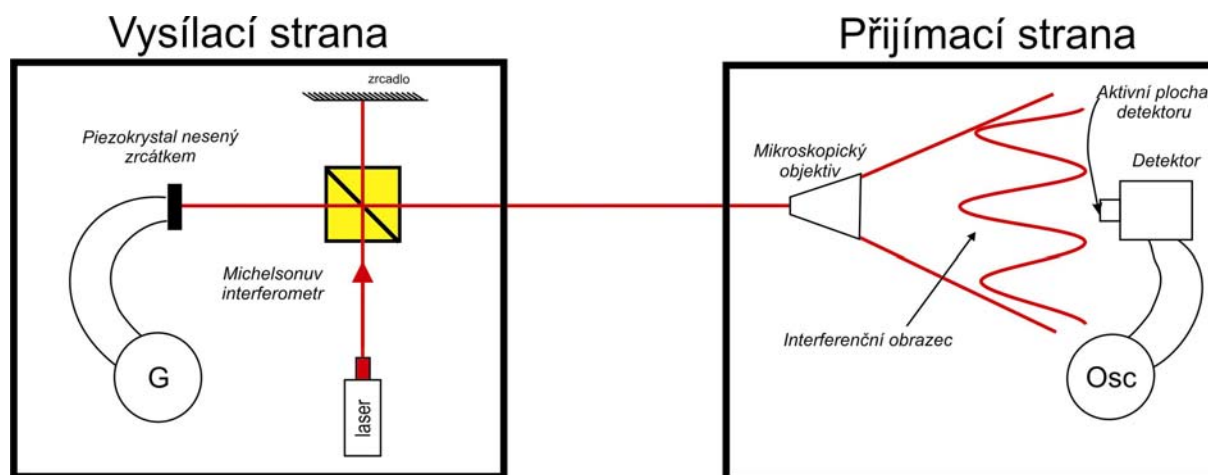
Vložíme-li piezoelektrický krystal do elektrického pole, nastane taková deformace krystalu, tj. roztahení nebo stlačení krystalu, aby přímý piezoelektrický jev, vznikající touto deformací, bránil vzniku jevu převráceného. Obrácení při deformacích piezoelektrického krystalu vznikají na jeho plochách náboje takového znamení, aby převrácený piezoelektrický jev působil proti účinkům přímého jevu piezoelektrického.



## 4 Detekce optického signálu

Při této metodě se bude optický signál na vysílací straně modulovat napětím přivedeným na piezokrystal. Detekci budeme pak rozumět zachytávání interferenčních maxim a minim, pomocí kterých pak budeme vyhodnocovat modulovaný signál.

Optická soustava bude uspořádaná jako v předchozích případech, jenom s tím rozdílem, že bude zde použit optický objektiv, tak abychom mohli na detektoru zaznamenat buď maximum nebo minimum. Na následujícím obrázku je zobrazený způsob zapojení pracoviště.



Obr. 4.1: Komunikační systém s Michelsonovým interferometrem

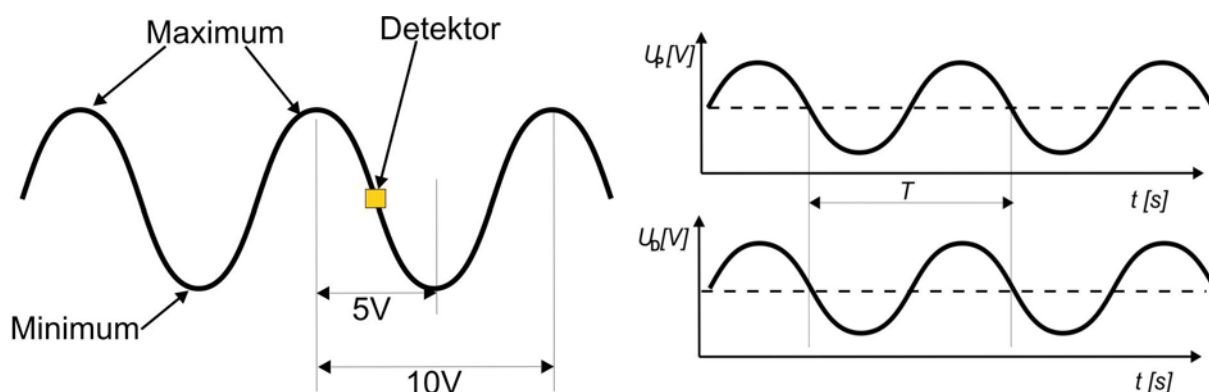
Vysílací strana se skládá z Michelsonova interferometru, zdroje záření (He-Ne laseru). Součástí Michelsonova interferometru je piezokrystal nesený zrcátkem, na který je napojen generátor, který přivádí střídavé napětí na piezokrystal. Podívejme se nyní, co se stane, vyskytne-li se na detektoru maximum nebo bude-li detektor umístěn na rozhraní maxima a minima. Dále je lze potřeba uvažovat, při jakém střídavém napětí bude na detektoru zachycen, stejný signál, který je přiveden na piezokrystal. Z kapitoli 2.3.1 víme, že změna jednoho maxima na druhé nastala přibližně při 10V přivedeného napětí na piezokrystal.

### 4.1 Umístění detektoru mezi interferenční maximum a minimum

Nejdříve bude detektor umístěn na rozhraní mezi maximum a minimum. Proto, aby bylo umístění co nejpřesnější, byl svazek optickým objektivem dostatečně rozšířen, tak aby byla velikost aktivní plochy vůči interferenčnímu obrazci co nejmenší.

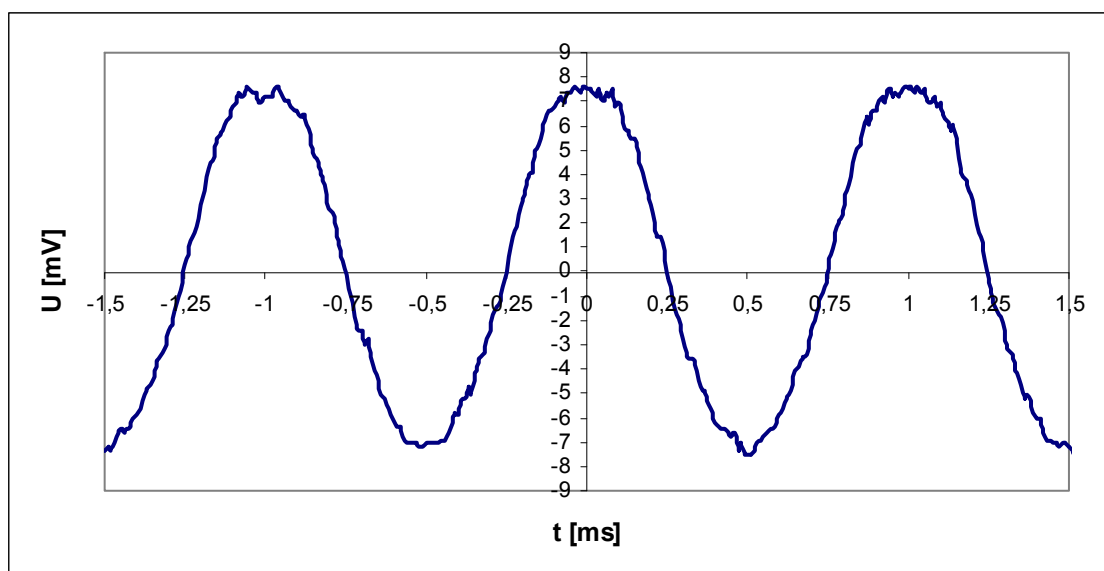
Bude-li nyní na piezokrystal přivedeno střídavé napětí o velikosti  $U_{p,p} = 5V$  a kmitočtu  $f = 1kHz$ , bude mít pak detekovaný signál maximální amplitudu a kmitočet zůstane stejný  $f_D = 1kHz$ .





Obr. 4.2: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_P$  signál na piezokrystalu a  $U_D$  signál na detektoru)

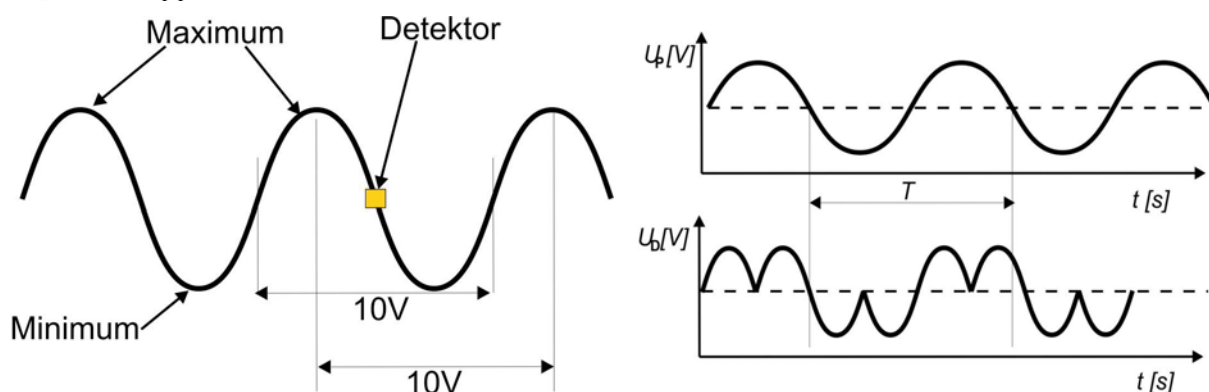
Na následujícím grafu je pak měřením ověřeno, že z výše uvedených podmínek bude detekovaný kmitočet stejný jako modulující.



Obr. 4.3: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{p,p}=5V$  na piezokrystalu)

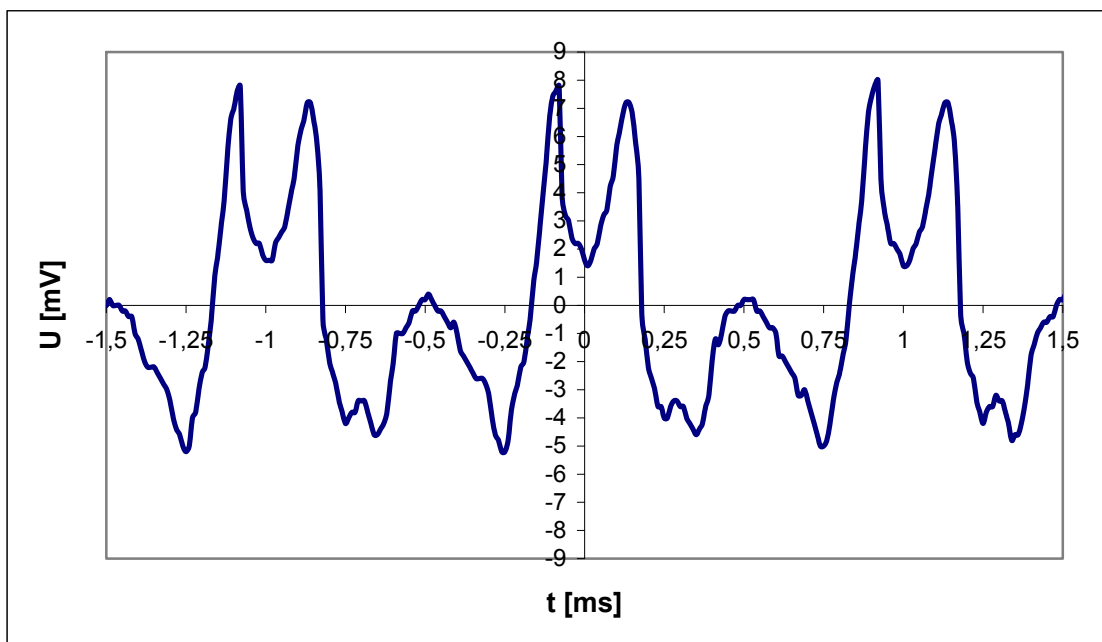
Průběh není ideálně sinusový, je to nejspíše způsobené náchylností celého pracoviště na otřesy.

Při dalším pokusu bude kmitočet stejný  $f = 1\text{kHz}$ , jenom změníme velikost střídavého napětí na  $U_{p,p} = 10V$ .



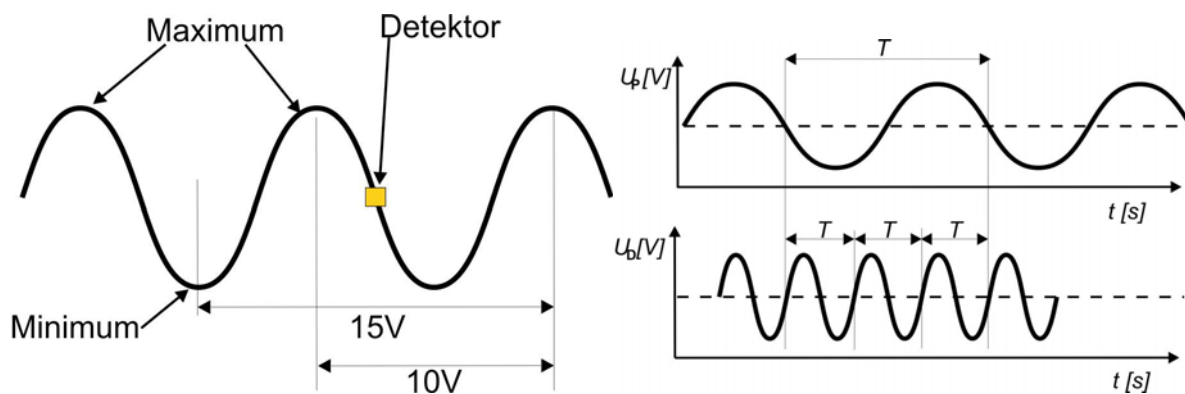
Obr. 4.4: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_P$  signál na piezokrystalu a  $U_D$  signál na detektoru)

Z (Obr.4.4) je patrné, že průběh signálu na detektoru nebude stejný jako na piezokrystalu, ale začnou se projevovat vyšší harmonické.

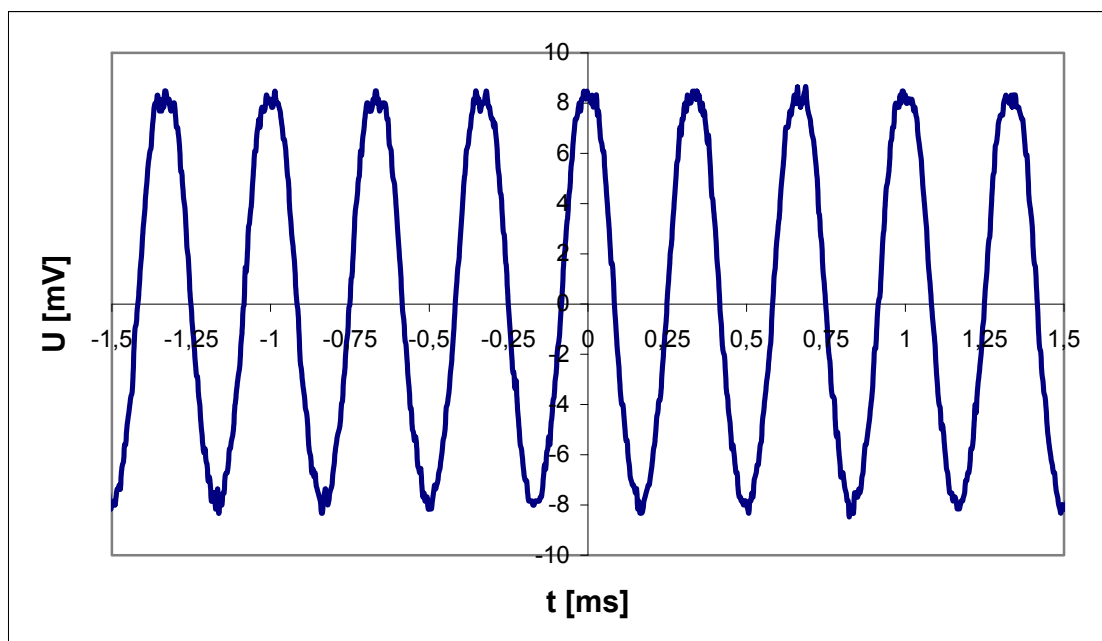


Obr. 4.5: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{p-p}=10V$  na piezokrystalu)

Pokud bude kmitočet přivedený na piezokrystal stále stejný  $f = 1kHz$ , a  $U_{p-p} = 15V$  „pak nastane tento případ.



Obr. 4.6: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$  signál na piezokrystalu a  $U_d$  signál na detektoru)



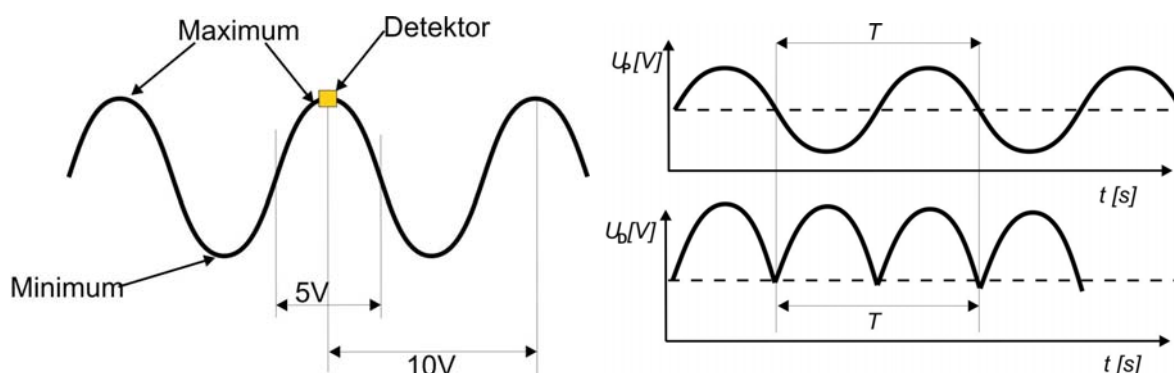
Obr. 4.7: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{p,p}=15V$  na piezokrystalu)

V tomto případě se detekovaný signál značně odlišný od signálu modulovaného. Jeho kmitočet se ztrojnásobil.

Závěrem tohoto pokusu je, že při takovémto umístění detektoru je vhodné modulovat piezokrystal napětím o velikosti  $U_{p,p} = 5V$ , pak je zaručeno, že se detekuje kmitočet signálu, kterým je modulován piezokrystal.

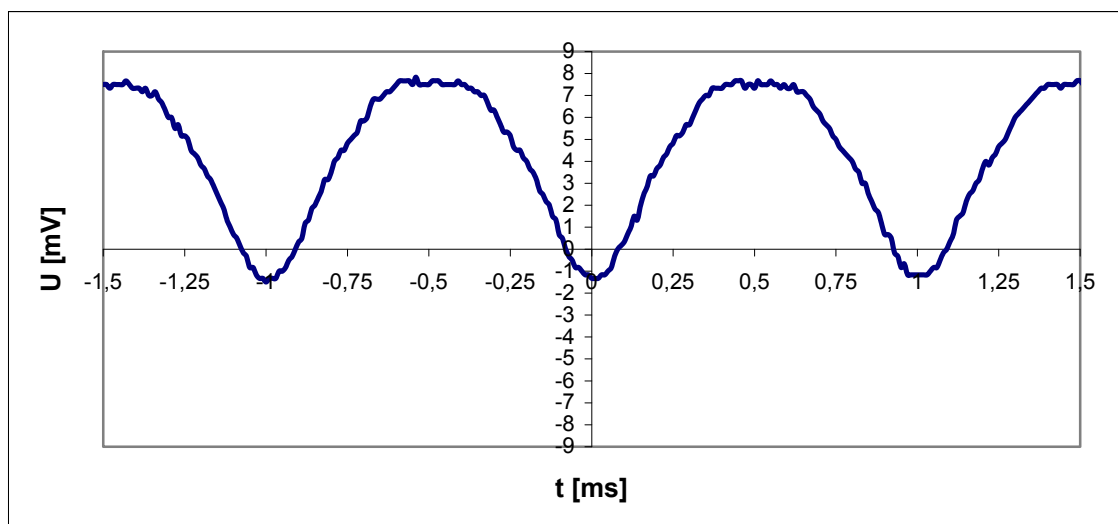
#### 4.2 Umístění detektoru do interferenčního maxima

Na následujících obrázcích je demonstrováno, co se stane pokud se umístí detektor do interferenčního maxima a jaký bude detekovaný signál při změně modulačního napětí piezokrystalu. Kmitočet modulačního signálu zůstává  $f = 1kHz$ .



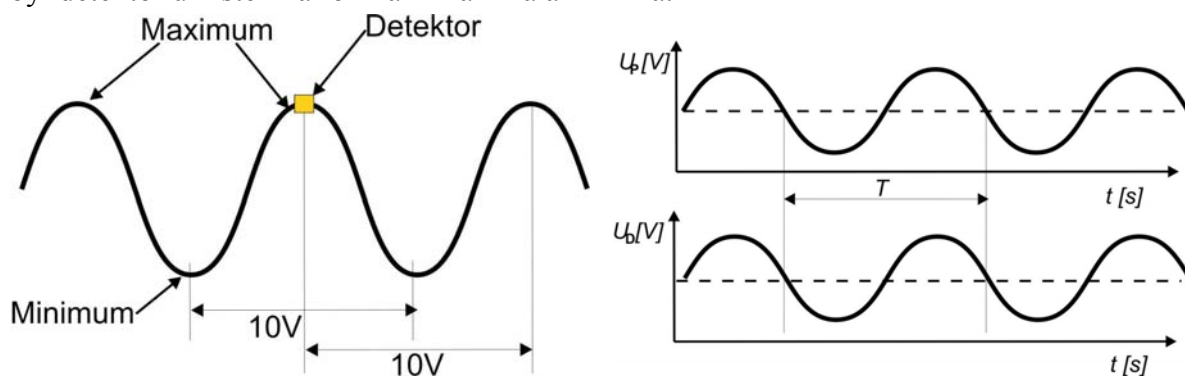
Obr. 4.8: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$  signál na piezokrystalu a  $U_D$  signál na detektoru)

Vidíme, že oproti předchozímu případu, kdy byl detektor umístěn na rozhraní maxima a minima, nedochází k rekonstrukci původního signálu, nýbrž k jeho zkreslení.

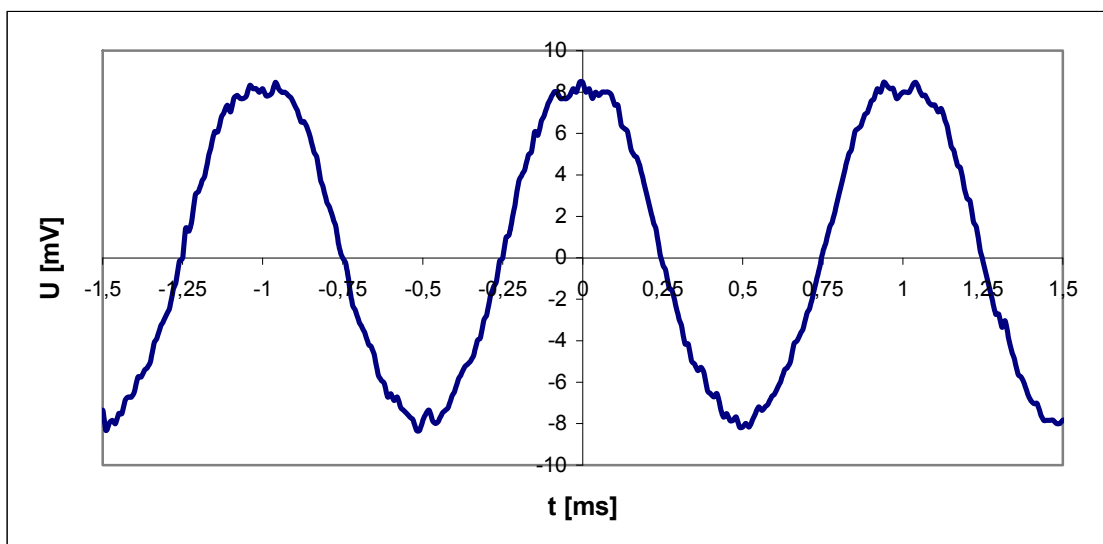


Obr. 4.9: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{p,p}=5V$  na piezokrystalu)

Nyní při  $U_{p,p} = 10V$ , je detekován stejný signál jako modulovaný. Pokud je detektor umístěný v interferenčním maximu, tak je zapotřebí dvojnásobné napětí oproti detekci, při níž byl detektor umístěn na rozhraní maxima a minima.

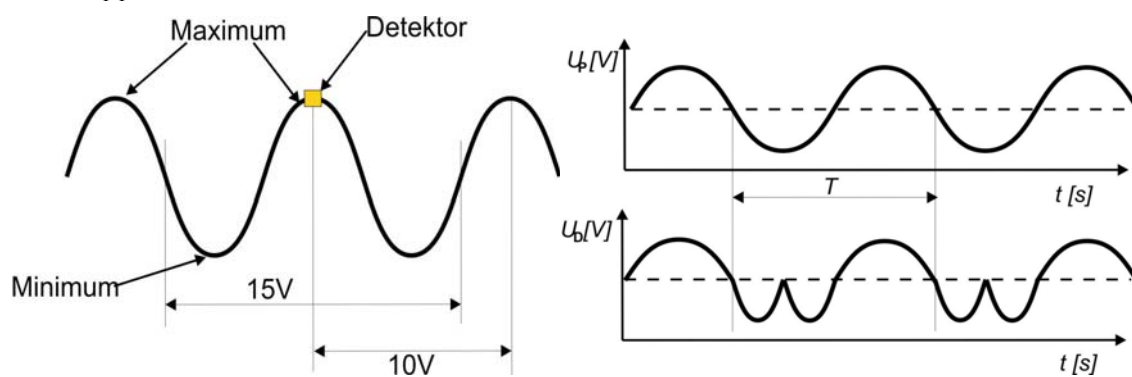


Obr. 4.10: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$  signál na piezokrystalu a  $U_D$  signál na detektoru)

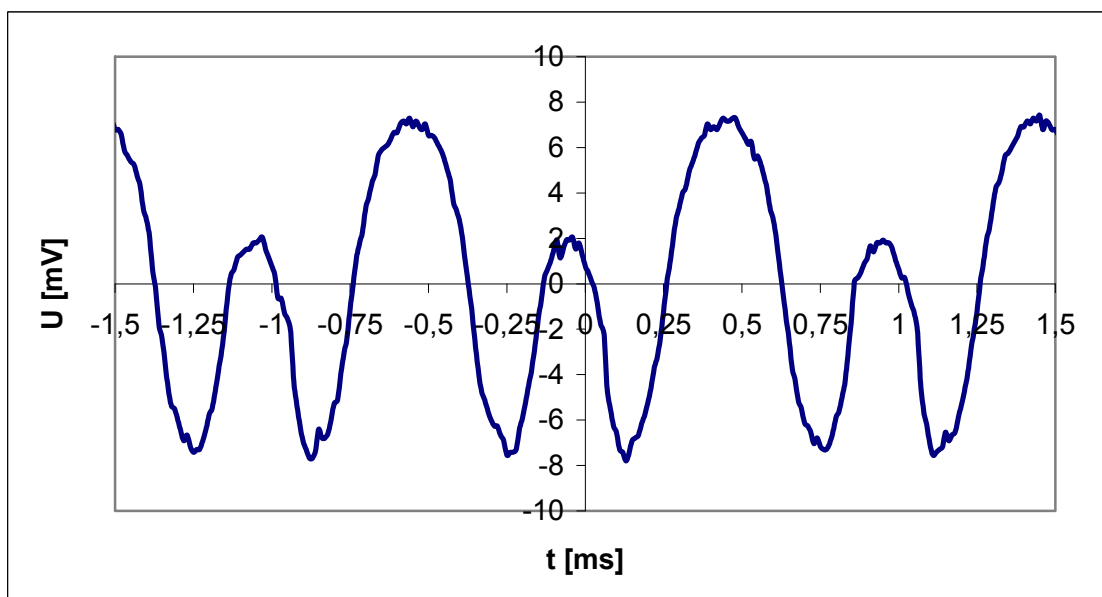


Obr. 4.11: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{P-P}=10V$  na piezokrystalu)

Při  $U_{P-P} = 15V$  dojde ke zkreslení signálu.



Obr. 4.12: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_P$  signál na piezokrystalu a  $U_D$  signál na detektoru)



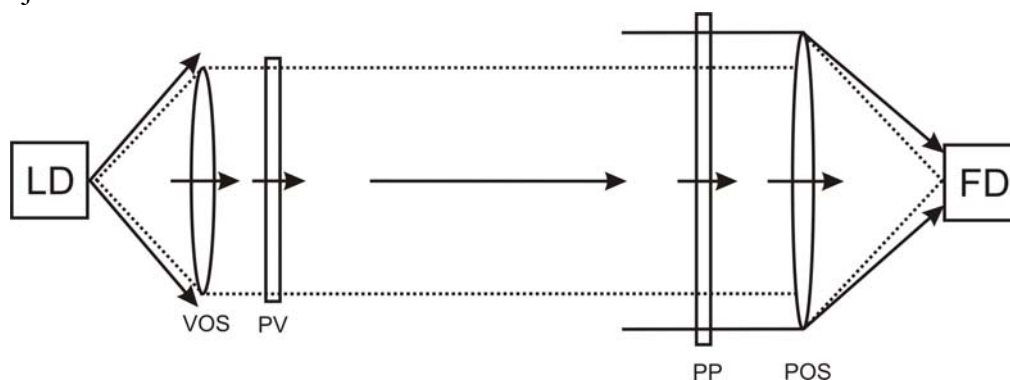
Obr. 4.13: Změřený průběh signálu na detektoru (při  $U_{P-P}=15V$  na piezokrystalu)

Použité prvky a přístroje:

- He-Ne Laser, Uniphase, Model 1508-0, Seriál No. 1190728/4.0  
 $\lambda = 633\text{nm}$
- Pěvně uchycené zrcátko
- Piezokrystal nesený na zrcátku
- Dělicí kostka (Beam Splitter)
- Stojánky a úchyty pro dané prvky
- Osciloskop Tektronic TDS380, 400MHz, 2GS/s
- Generátor Agilent 33220A, 200MHz
- Mikroskopický objektiv
- SS zdroj AVL310
- Školní přípravek s nastavením ss úrovně a zisku
- Fotodetektor SI/PIN o průměru 0,5mm, C30897E, Perkin Elmer

## 5 Optická bezkabelová komunikace (OBK)

Optická bezkabelová komunikace se v současné době uplatňuje především díky vysokým dosažitelným přenosovým rychlostem, spolehlivostí (za daných podmínek) a odolností vůči rušení. Kromě standardních systémů využívajících optická vlákna se v posledních letech prosazují systémy přenášející data volnou atmosférou. Ty lze rozdělit do dvou základních skupin podle jejich použití buď ve vnitřních nebo ve venkovních prostorech. Schéma OBK je na Obr. 5.2.



Obr. 5.1: Schéma Optické bezkabelové komunikace

Vysílací systém OBK je část hlavičky, která tvaruje vyzařovaný svazek a zabezpečuje jeho modulaci. Mezi hlavní bloky vysílacího systému patří: budič optického zdroje, laserová dioda (LD), zaměřovací systém, elektronický blok zaměřovacího systému a vysílací optická soustava (VOS). Svazek prochází optickým průzorem (PV), který slouží jako ochrana proti nečistotám v atmosféře.

Přijímací systém je část hlavičky, která prostřednictvím přijímací optické soustavy (POS) soustřeďuje přijatý optický svazek na aktivní plochu fotodiody (FD). Mezi hlavní bloky přijímacího systému (PS) patří: přijímací optická soustava (POS), fotodioda (FD), předzesilovač a demodulátor. Nejčastěji se v přijímacím systému používá fotodioda PIN.

### 5.1 Charakteristika optického směrového spoje

OBK je tvořen dvojicí identických hlavic, které realizují spojení typu bod-bod. Mezi oběma hlavicemi je nutná přímá viditelnost. Lze použít i retranslaci.

V městské zoně, kde se vyskytuje několik operátorů a síť základnových stanic je velice hustá nacházejí OBK stále větší uplatnění. Také v oblasti historických budov, která nemůže být narušena vedením kabelů, nacházejí OBK uplatnění. Další možnost využití je pro přenos digitalizovaných audiosignálů a videosignálů. Celkově se dá říct, že využití OBK je hlavně tam, kde je potřeba překlenout krátké vzdálenosti (stovek metrů až jednotky kilometrů) při velkých přenosových rychlostech (od stovek kilobitů do stovek megabitů). V dnešní době se používá i na dlouhé vzdálenosti.

K jejich výhodám patří provozování bez poplatků za pronájem kmitočtového pásma, snadné překonání překážek (silnice, železnice, řeky, historické budovy), odolnost proti rušení. Také je zaručeno zabezpečení proti odposlechu.

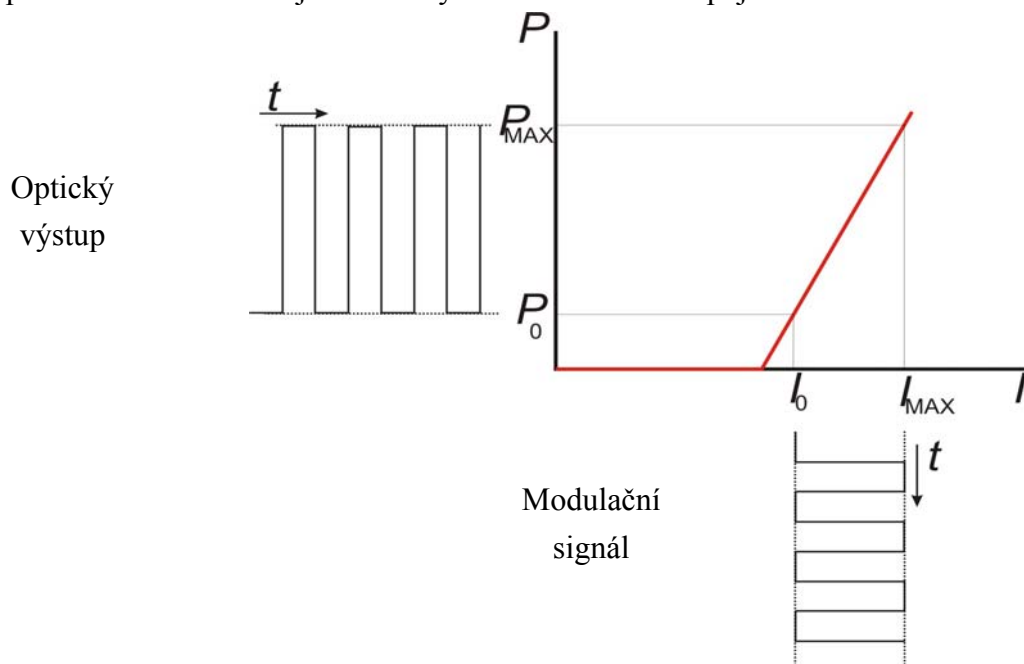
Mezi nevýhodu patří měnící se počasí, které má vliv na chybovost, dále pak letící předměty – např. letící pták.

## 5.2 Popis vysílací a přijímací strany

Vysílaný optický signál používá modulace OOK (On-Off Keying)-Obr.3.2. Vstupní data, která jsou přenášena po optickém kabelu, jsou převedena pomocí fotodiody PIN na časově proměnný elektrický signál. Ten bývá v optovláknovém přijímači zesílen, dále pak vytvarován a převeden na úroveň použitého logického signálu. Dále je pak přiveden do atmosférického vysílače, který budí nejčastěji laserovou diodu LD s výkonem optického signálu řádově jednotek až stovek miliwattů. Optický signál je soustředěn optickou soustavou vysílače do úzkého svazku s divergencí řádově jednotek miliradiánů a vyslán do atmosféry.

Přijímaný optický signál je pomocí přijímací optické soustavy (obvykle Fresnelova čočka) soustředěn na aktivní plochu fotodiody (nejčastěji lavinová fotodioda). Elektrický signál na jejím výstupu je zesílen přijímači, tvarován a převeden na úroveň použitého logického signálu

Mezi nejdůležitější parametry OBK patří velká přenosová rychlost a dosah při dané dynamice a rezervě spoje pro omezení vlivů počasí. Dosah spoje je dán citlivostí přijímače, velikostí plochy přijímací čočky, výkonem vysílače a divergencí optického svazku. Odolnost vůči povětrnostním vlivům je určena výkonovou rezervou spoje.



Obr. 5.2: Princip modulace On-Off Keying

Z Obr. 5.3 je vidět, že na vysílací straně je použita laserová dioda, která využívá způsobu modulace On-Off Keying. Pro logickou jedničku má proud hodnotu  $I_{MAX}$  a pro logickou nulu má hodnotu  $I_0$ . Modulace optické intenzity je prováděna změnou budícího proudu laserové diody. Pro modulaci je možné použít i jiné metody za použití tzv. externího modulátoru. V tomto případě zůstává výkon LD konstantní a externí modulátor moduluje až výstupní optický svazek. [7], [17], [18]

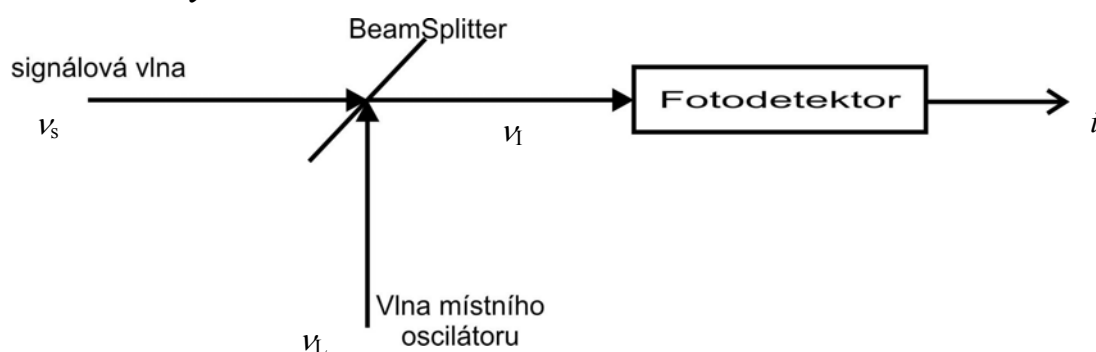


## 6. Koherentní optické komunikace

Koherentní optické komunikační systémy mohou využívat místo intenzitní modulace, modulaci pole. Používají vysoce koherentní zdroje záření, jednomodová vlákna a koherentní způsob detekce. Mezi hlavní výhody patří zvýšení citlivosti, přenosové rychlosti, vyšší počet kanálů (možnost použití WDM) a necitlivost k záření pozadí. Mezi hlavní nevýhody patří náročnost na mechanickou a optickou stabilitu a cena.

Koherentní detekci lze dělit na heterodynní a homodynní.

### 6.1 Heterodynní detekce



Obr. 6. 1: Heterodynní detekce

Fotodetektory reagují na fotonový tok a jsou necitlivé na fázi optického záření. Přesto je možné měřit komplexní amplitudu (tj. velikost a fázi) optické signálové vlny jejím směřováním s koherentním referenčním optickým polem stabilní fáze z tzv. místního oscilátoru a detekcí jejich superpozice fotodetektorem.

Tento detekční postup se nazývá optická heterodynní detekce, optické směřování, fotosměšování, optické zázněje nebo koherentní optická detekce. Koherentní optický přijímač je optickým ekvivalentem rádiového superhetu. Signálová vlna a vlna místního oscilátoru mají obvykle různé frekvence ( $\nu_s$  a  $\nu_L$ ). Je-li  $\nu_s = \nu_L$ . Detektor se nazývá homodynní detektor.

Pole signálové vlny lze psát:

$$E_s = A_s e^{j2\pi\nu_s t}, \quad (6.1)$$

kde  $A_s$  je:

$$A_s = a_s e^{j\varphi_s} \quad (6.2)$$

veličiny  $a_s$  a  $\varphi_s$  jsou zde modulovány.

Pro pole místního oscilátoru lze psát:

$$E_L = A_L e^{j2\pi\nu_L t}, \quad (6.3)$$

kde  $A_L$  je:

$$A_L = a_L e^{j\varphi_L} \quad (6.4)$$

Výsledné pole na aktivní ploše fotodiody:

$$E = E_s + E_L \quad (6.5)$$

Jelikož je optická intenzita úměrná kvadrátu elektrické intenzity, lze psát:

$$I \sim |E|^2 = a_s^2 + a_L^2 + 2a_s a_L \cos[2\pi(\nu_s - \nu_L)t + (\varphi_s - \varphi_L)]$$

$$I = I_s + I_L + 2\sqrt{I_s I_L} \cos[2\pi\nu_1 t + (\varphi_s - \varphi_L)], \quad (6.6)$$

kde  $\nu_1 = \nu_s - \nu_L$ .

Optický výkon zaznamenaný detektorem je dán součtem intenzity a plochy detektoru.

$$P_{FD} = P_s + P_L + 2\sqrt{P_s P_L} \cos[2\pi\nu_1 t + (\varphi_s - \varphi_L)] \quad (6.7)$$

$P_s$  je výkon signálového svazku a  $P_L$  výkon svazku místního oscilátoru. Při nepatrném rozdílu ve směrech šíření obou vln dojde k poklesu interferenčního členu nebo dokonce k jeho vymizení. Je to dáno tím, že se fázový rozdíl  $\varphi_s - \varphi_L$  na detekční poloze mění harmonicky. Má-li signálová vlna a vlna místního oscilátoru téměř stejnou frekvenci, je pak jejich rozdíl o hodně menší než obě frekvence.

Pro střední hodnotu fotoproudu lze psát:

$$\bar{i} = \bar{i}_s + \bar{i}_L + 2\sqrt{\bar{i}_s \bar{i}_L} \cos[2\pi\nu_1 t + (\varphi_s - \varphi_L)] \quad (6.8)$$

Střední hodnotu fotoproud lze i vyjádřit pomocí fotonového toku, kvantové účinnosti a náboje elektronu:

$$\bar{i} = \eta e \phi \quad (6.9)$$

A fotonový tok lze vyjádřit pomocí výkonu dopadajícího na aktivní plochu fotodiody:

$$\phi = \frac{P_{FD}}{h\nu}, \text{ kde } \bar{\nu} = \frac{\nu_s + \nu_L}{2} \quad (6.10)$$

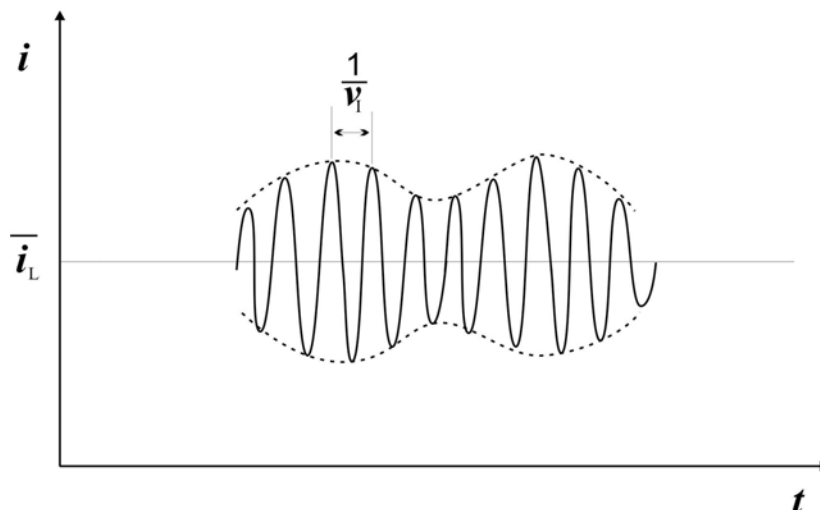
Dosazením (6.10) do (6.9) získáme:

$$\bar{i} = \eta e \phi = \eta e \frac{P_{FD}}{h\bar{\nu}} \quad (6.11)$$

Vlna místního oscilátoru bývá mnohem silnější než vlna signálová, a proto se může první člen ve vztahu (6.8) vynechat a fotoproud směřováním zapsat do tvaru:

$$\bar{i} = \bar{i}_L + 2\sqrt{\bar{i}_s \bar{i}_L} \cos[2\pi\nu_1 t + (\varphi_s - \varphi_L)] \quad (6.12)$$

(Obr 6.2) znázorňuje časovou závislost detekovaného proudu  $\bar{i}$ . Druhý člen vztahu (6.12) nese užitečnou informaci. Známe-li  $\bar{i}_L$  a  $\varphi_L$ , můžeme určit amplitudu a fázi tohoto členu a dále spočítat  $\bar{i}_s$  a  $\varphi_s$ , nimiž lze pak odvodit výraz pro intenzitu a fázi měřeného signálu (jeho komplexní amplitudu).  $\bar{i}_s$  a  $\varphi_s$  nesou signálovou informaci a bývají pomalu proměnné funkce času oproti  $\nu_1$ .



Obr. 6. 2: Fotoproud generovaný heterodynním detektorem

## 6.2 Homodynní detekce

Je speciálním případem heterodynní detekce, kdy je splněno  $\nu_s = \nu_L$ . Vztah (6.6) lze přepsat do tvaru:

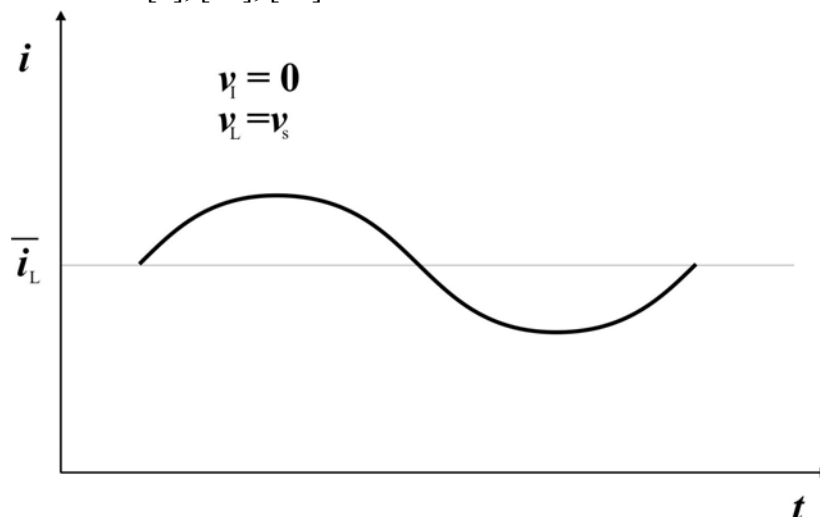
$$I \sim |E|^2 = a_s^2 + a_L^2 + 2a_s a_L \cos[(\varphi_s - \varphi_L)]$$

$$I = I_s + I_L + 2\sqrt{I_s I_L} \cos[(\varphi_s - \varphi_L)], \quad (6.13)$$

Bude-li použit fázový závěs, který nastaví  $\nu_L=0$ , bude střední hodnota fotoproudu:

$$\bar{i} = \bar{i}_s + \bar{i}_L + 2\sqrt{\bar{i}_s \bar{i}_L} \cos \varphi_s \quad (6.14)$$

Výhodou je, že po homodynní detekci následuje hned detekce v základním pásmu, není zde potřeba MF detektor. [3], [18], [20]



Obr. 6. 3: Fotoproud generovaný homodynním detektorem

## 7. Závěr

Cílem práce bylo popsat jev interference a jeho využitelnost v praxi. Aby mohl tento jev nastat musí být optické zdroje záření koherentní. K dosažení interferenčního jevu a následného získání interferenčního obrazce při použití jednoho zdroje záření je možné použít jednu ze dvou metod. Dva koherentní svazky získáme buď dělením čela vlny (viz. např. Youngův pokus) nebo dělením amplitudy vlny. V práci je praktická ukázka dělení amplitudy vlny s využitím Michelsonova interferometru - MI. V teoretické části byl MI sestaven pomocí planparalelní destičky - PP (byla zde diskutována i kompenzační destička) a byly vypočteny optické intenzity svazku průchozího a odraženého. Pokud by nebyla použita PP, vztah pro výpočet dráhového rozdílu by byl komplikovanější. S pomocí kompenzační destičky byl odvozen dráhový rozdíl vln, který je závislý na vzdálenostech zrcadel od planparalelní destičky. Z tohoto vztahu je patrná závislost fázového rozdílu na vzdálenosti obou zrcadel od PP, tloušťky PP a vstupního úhlu dopadu na PP.

Aby mohla být interference na stínítku dobře pozorovatelná, je zapotřebí zajistit aby interferenční proužky měly co největší kontrast. To lze zajistit tím, že optické intenzity přímého a odraženého paprsku budou podobné, v ideálním případě budou-li se rovnat. Proto zde na základě výpočtů byla vynesena charakteristika, která udává rozmezí použitelnosti úhlu dopadu laserového paprsku na PP.

Z obrázku (Obr. 2.4) představujícího závislost úhlu dopadu referenčního paprsku na PP vyplývá, pod jakými úhly může paprsek dopadat na PP, aby v místě detekce (na stínítku) byly obě intenzity (přímého a odraženého paprsku) podobné a my byli schopni „dobře“ rozeznat maxima od minim. Z grafu je patrné, že při malém úhlu dopadu budou intenzity nejpodobnější, je však také vidět, že celková intenzita obou interferujících paprsků bude největší pro úhel v okolí  $45^\circ$ . Kontrast interferenčního obrazce při úhlu  $45^\circ$  pak vychází přibližně 78%.

Dalším krokem bylo nahrazení planparalelní destičky děličem svazku, u kterého byly optické intenzity přímého a odraženého paprsku před stínítkem stejně velké. V tomto případě nezáleží na natočení děliče svazku, intenzity interferujících paprsků budou vždy stejné a kontrast bude dosahovat hodnoty 100%. Podíváme-li se ale na celkovou intenzitu obou interferujících paprsků, je patrné, že bude největší dopadá-li referenční paprsek pod úhlem  $45^\circ$  na dělič svazku.

V dalších kapitolách byly s ohledem vybavení laboratoře provedena měření pomocí MI. Změřila se závislost výchylky piezokrystalu na přiloženém napětí, která je  $h = (32 \pm 3) \text{ nm/V}$ . V měření se také ukázalo, že piezokrystal nevykazoval žádnou viditelnou hysterezi.

Dalším měřením byl zjištěn index lomu transparentní materiálu známe tloušťky. Teoreticky byl pro výpočet indexu lomu odvozen vztah (celé odvození viz. Příloha) a následně pomocí interferenčního obrazce byl určen fázový posuv, který nastal při změně pootočení sklíčka z referenční polohy. Dosazením změřených hodnot byl následně vypočten index lomu. Z (Obr.2.19) je patrné, že se index lomu limitně blíží k hodnotě 1,52-1,53. Uváděna hodnota indexu lomu použitého materiálu je 1,54.

V posledním měření byla změřena koherentní délka laserové diody LD -  $\lambda = 670\text{nm}$  - HL6312G:  $l_k = 0,917\text{ mm}$ . Odchylka měřené hodnoty od hodnoty vypočtené z teoretického předpokladu daného vztahem (1.19) činí 2%.

V dalším bodu byla popsána detekce optického signálu. Jako externí modulátor byl použit MI. V práci byl zkoumán zejména vliv velikosti modulujícího napětí přivedeného na piezokrystal na signál detekovaný fotodetektorem. Měření odpovídá teoretickému popisu a vyplývá z něj, že je důležité, jestli bude na detektor v daném okamžiku dopadat maximum, minimum nebo, bude-li detektor umístěn na rozhraní maxima a minima optické intenzity. Je-li detektor na rozhraní maxima a minima, pak stačí velikost napětí na piezokrystalu  $5V_{p-p}$ , abychom zachytili stejný signál. Bude-li však detektor v maximu nebo v minimu, je zapotřebí, aby pro detekci nezkresleného signálu bylo na piezokrystal přivedeno modulační napětí  $10V_{p-p}$ .

Veškeré chyby a nepřesnosti měření, které se při praktické realizaci vyskytly, byly pravděpodobně způsobeny mechanickou nestabilitou pracoviště. Z tohoto důvodu bylo rovněž, po dohodě s vedoucím diplomové práce, upuštěno od bodu zadání týkajícího se sestavení komunikačního systému s využitím MI, a o koherentní detekci bylo pojednáno jen teoreticky v kapitole 6.

## 6 Literatura.

- [1] POSPÍŠIL, J. *Základy vlnové optiky (část A)*. Olomouc: Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého, 1992.
- [2] WILEY, J a SONS. *Optical Shop Testing*. New York: Wiley, 1978.
- [3] SALEH, B.E.A., TEICH, M. C. *Fundamentals of Photonics*. New York: Wiley, 1991.
- [4] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. *Fyzika, část 4 Elektromagnetické vlny – Optika – Relativita*. Brno: PROMETHEUS, 1997.
- [5] PAVELEK, M a KOL. *Vizualizace a optické měřicí metody*[online]: *Koherence záření*. VUT Brno, květen 2007 [citováno dne 7.5.2007]. Dostupné na <http://ottp.fme.vutbr.cz/~pavelek/optika/0206.htm>
- [6] MATEMATICKO FYZIKÁLNÍ WEB. *Interferenční jevy*[online]: 30.1. 2007 [citováno dne 10.5. 2007]. Dostupné na <http://mfweb.wz.cz/fyzika/190.htm>.
- [7] WILFERT, O. *Optoelektronika*: Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně.
- [8] ŠÍNOR, M. *Interference světla*[online]. 7.5. 1998 [citováno dne 15.11. 2007]. Dostupné na <http://vega.fjfi.cvut.cz/docs/sfbe/optika/node7.html>.
- [9] *Interferenční jevy*[online]: MATEMATICKO FYZIKÁLNÍ WEB 30.1. 2007 [citováno dne 12.10. 2007]. Dostupné na <http://mfweb.wz.cz/fyzika/189.htm>.
- [10] *Interference světla* [online]: JIHOČESKÁ UNIVERZITA, TECHNICKÁ FYZIKA 5.3.2007 [citováno 20.10.2007]. Dostupné na <http://mvt.ic.cz/dva/tef/tef-15-interference.pdf>
- [11] *Michelson interferometer*[online]. HYPER PHYSIC. Srpen 2000. [citováno 6.4.2007] Dostupné na <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/phyopt/michel.html>
- [12] *Mapping diamond surfaces using interference*[online]. UNIVERSITY OF CONNECTICUT, Únor 2008. [citováno 10.3. 2008]. Dostupné na [http://zeus.phys.uconn.edu/wiki/index.php?title=Mapping\\_diamond\\_surfaces\\_using\\_Interference](http://zeus.phys.uconn.edu/wiki/index.php?title=Mapping_diamond_surfaces_using_Interference)

- [13] *Michelson interferometer* [online]. WIKIPEDIA 17.3. 2008 [citováno 20.4. 2008].  
Dostupné na <[http://en.wikipedia.org/wiki/Michelson\\_interferometer](http://en.wikipedia.org/wiki/Michelson_interferometer)>
- [14] *Michelson interferometr* [online]. UNIVERSITY OF COLORADO AND BOULDER.  
2001. [citováno 20.11. 2007]. Dostupné na <[http://www.colorado.edu/physics/phys5430/phys5430\\_sp01/PDF%20files/Michelson%20Interferometer.pdf](http://www.colorado.edu/physics/phys5430/phys5430_sp01/PDF%20files/Michelson%20Interferometer.pdf)>
- [15] LAFRENIERE, G. *The Michelsons interferometr*[online]. Prosinec 2007.  
[citováno 20.1. 2008]. Dostupné na <[http://www.glafreniere.com/sa\\_Michelson.htm](http://www.glafreniere.com/sa_Michelson.htm)>
- [16] *Piezoelektrický jev* [online]. Technical Corporation [citováno.10.02.2007]  
Dostupné na <<http://www.techcorp.cz/0008/>>
- [17] PROKEŠ, A. *Koncepce bezkabelových optických komunikačních systém* [online].  
13.12.2004. [citováno 10.5.2007].  
Dostupné na <[http://www.stech.cz/articles\\_print.asp?idk=97&ida=506](http://www.stech.cz/articles_print.asp?idk=97&ida=506)>
- [18] WILFERT, O. *Fonika-přednášky*.Elektronické texty VUT v Brně, FEKT, 2007
- [19] *Albert A. Michelson. The Nobel Prize in Physics 1907.* [online]. Nobelprize.org  
[citováno.1.03.2007]  
Dostupné na < [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1907/michelson-bio.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1907/michelson-bio.html)>
- [20] CVIJETIC,M. *Coherent and Nonlinear Lightwave Communications*,Boston: Artech House, 1996.

## 7 Seznam obrázků, tabulek

### 7.1 Seznam obrázků

Obr. 1.1: Naznačení způsobu výskytu světelných rozruchů.....	12
Obr. 1.2: Younguv pokus.....	15
Obr. 1.3: Interferenční obrazece - Younguv pokus.....	15
Obr. 1.4: Younguv pokus.....	16
Obr. 1.5: Dělení amplitudy (intenzity).....	17
Obr. 1.6: Konstruktivní interference.....	20
Obr. 1.7: Destructivní interference.....	20
Obr. 1.8: Tvar interferenčních proužků dle pozorovacího místa.....	21
Obr. 2.1: Základní princip Michelsonova interferometru (zjednodušené schéma; $D$ – planparalelní destička, $Z_1$ – pohyblivá odrazná plocha (zrcátko), $Z_2$ – pevná odrazná plocha (zrcátko), $S$ – stínítko).....	22
Obr. 2.2: Schéma Michelsonova interferometru pro odvození celkové optické intenzity $I$ a dráhového rozdílu $\delta$ , při pevně stanovených vzdálenostech zrcadel.....	24
Obr. 2.3: Schéma Michelsonova interferometru pro odvození celkové optické intenzity $I$ a dráhového rozdílu $\delta$ , při pevně stanoveném zrcadlu $Z_1$ a pohyblivém $Z_2$ .....	27
Obr. 2.4: Závislost poměru intenzit prvního $I_1$ paprsku a druhého $I_2$ paprsku na úhlu natočení vůči referenčnímu paprsku a výsledná intenzita $I$ .....	29
Obr. 2.5: Závislost kontrastu interferenčního obrazce na úhlu dopadu.....	30
Obr. 2.7: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro $\lambda=633\text{nm}$ splňující podmínku (2.10) pro vznik interferenčního maxima.....	31
Obr. 2.8: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro $\lambda=474\text{nm}$ splňující podmínku pro vznik interferenčního maxima.....	32
Obr. 2.9: Závislost celkové intenzity při dráhovém rozdílu pro $\lambda=850\text{nm}$ .....	32
Obr. 2.10: Závislost interferenčních maxim a minim na rozdílu drah.....	33
Obr. 2.11: Závislost interferenčních maxim a minim na rozdílu drah.....	34
Obr. 2.12: Schéma Michelsonova interferometru s děličem svazku (dělicí kostkou – Beam Splitter).....	35
Obr. 2.13: Závislost poměru intenzit prvního $I_1$ paprsku a druhého $I_2$ paprsku na úhlu natočení vůči referenčnímu paprsku a výsledná intenzita $I$ .....	36
Obr. 2.14: Závislost kontrastu interferenčního obrazce a úhlu dopadu.....	37
Obr. 2.15: Závislost prodloužení (smrštění) piezokrystalu na napětí.....	39
Obr. 2.16: Ukázka měření – při velkém kontrastu.....	41
Obr. 2.17: Ukázka měření – při dosažení koherentní délky – malý kontrastu.....	41
Obr. 2.18: Natáčení skleněné destičky pro odvození indexu lomu.....	42
Obr. 2.19: Závislost indexu lomu na natočení zkoumaného materiálu.....	44
Obr. 2.20: Zapojení pracoviště pro měření indexu lomu.....	44
Obr. 2.21: Detailnější pohled z jiného úhlu.....	45
Obr. 2.22: Interferenční obrazec s mnoha maximy a minimy používaný při měření.....	45
Obr. 2.23: Interferenční obrazec s třema jasně zřetelnými maximy.....	45
Obr. 4.1: Komunikační systém s Michelsonovým interferometrem.....	48
Obr. 4.2: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_P$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru).....	49
Obr. 4.3: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=5\text{V}$ na piezokrystalu).....	49



Obr. 4.4: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru) .....	49
Obr. 4.5: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=10V$ na piezokrystalu) .....	50
Obr. 4.6: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru na rozhraní maxima a minima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru) .....	50
Obr. 4.7: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=15V$ na piezokrystalu) .....	51
Obr. 4.8: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru) .....	51
Obr. 4.9: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=5V$ na piezokrystalu) .....	52
Obr. 4.10: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru) .....	52
Obr. 4.11: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=10V$ na piezokrystalu) .....	53
Obr. 4.12: Vlevo – interferenční obrazec a umístění detektoru do maxima, vpravo – průběhy signálu ( $U_p$ signál na piezokrystalu a $U_D$ signál na detektoru) .....	53
Obr. 4.13: Změřený průběh signálu na detektoru (při $U_{p,p}=15V$ na piezokrystalu) .....	53
 Obr. 5.2: Schéma Optické bezkabelové komunikace .....	55
Obr. 5.3: Princip modulace On-Off Keying .....	56
 Obr. 6. 1: Heterodynní detekce .....	57
Obr. 6. 2: Fotoproud generovaný heterodynním detektorem .....	59
Obr. 6. 3: Fotoproud generovaný homodynním detektorem .....	59

## 7.2 Seznam tabulek

Tab. 2.3.1: Závislost změny velikosti piezokrystalu na přiloženém stejnosměrném napětí .....	38
Tab. 2.3.2: Závislost změny velikosti piezokrystalu na přiloženém stejnosměrném napětí .....	38
Tab. 2.3.3: Měření koherenční délky .....	40
Tab. 2.3.4: Měření indexu lomu .....	43

## 8 Příloha

### 8.1 Odvození indexu lomu

Podle (Obr.2.19) lze psát:

$$d = \frac{N \cdot \lambda}{2} = \Delta + \frac{\delta}{n_g} \quad (1)$$

$$\beta = \alpha - \alpha' \quad (2)$$

$$\cos \alpha' = \frac{t}{t + \Delta} \Rightarrow \Delta = \frac{t}{\cos \alpha'} - t \quad (3)$$

$$\delta = t - l = n_g (t - (t + \Delta) \cdot \cos \beta) \quad (4)$$

Dosazením (2) do (4) a pak dosazením (4) a (3) do (1) vznikne relace:

$$d = \Delta + \frac{\delta}{n_g} = \frac{t}{\cos \alpha'} - t + (t - (t + \Delta) \cdot \cos(\alpha - \alpha')) \quad (5)$$

Uprvením (3) a následným dosazením do (5) lze psát:

$$d = \Delta + \frac{\delta}{n_g} = \frac{t}{\cos \alpha'} - \frac{t}{\cos \alpha'} \cdot \cos(\alpha - \alpha') = \frac{N \cdot \lambda}{2} \quad (6)$$

$$\delta \cdot n_g = d \cdot n_g - \Delta \cdot n_g^2 \quad (6a)$$

Podle Schnellova zákona lze psát:

$$n_g \sin \alpha' = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha' = \frac{\sin \alpha}{n_g} \Rightarrow \sin^2 \alpha' = \frac{\sin^2 \alpha}{n_g^2} \Rightarrow \cos^2 \alpha' = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_g^2} \quad (7)$$

Vztah (3) lze doplnit do (7):

$$\frac{t^2}{t^2 + \Delta^2} = 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_g^2} \quad (8)$$

Po dalších úpravách vztahu (8) lze psát:

$$\frac{t^2}{t^2 + \Delta^2} = 1 - \frac{1 - \cos^2 \alpha}{n_g^2} \Rightarrow \frac{t^2}{t^2 + \Delta^2} = \frac{n_g^2 - 1 + \cos^2 \alpha}{n_g^2} \quad (9)$$

Dále podle obr psát:

$$\frac{t - \delta}{t + \Delta} = \cos \beta \Rightarrow \frac{t - \delta}{t + \Delta} = \cos(\alpha - \alpha') \quad (10)$$

Po patřičných úpravách:

$$\frac{t - \delta}{t + \Delta} = \cos \alpha \cos \alpha' + \sin \alpha \sin \alpha' \quad (11)$$

Dosazením (7) a (3) do (11) lze psát:

$$\frac{t - \delta}{t + \Delta} = \cos \alpha \frac{t}{t + \Delta} + \frac{\sin^2 \alpha}{n_g} \quad (12)$$

Po úpravách:

$$(t - \delta)n_g = (t + \Delta)\sin^2 \alpha + n_g \cdot t \cdot \cos \alpha \quad (13)$$

$$t \cdot n_g - \delta \cdot n_g - t \cdot n_g \cos \alpha = t \cdot \sin^2 \alpha + \Delta \cdot \sin^2 \alpha$$

$$t \cdot n_g \cdot (1 - \cos \alpha) - \delta \cdot n_g = t \cdot \sin^2 \alpha + \Delta \cdot \sin^2 \alpha$$

dosazením (6a) za  $\delta \cdot n_g$  do (13):

$$t \cdot n_g (1 - \cos \alpha) - d \cdot n_g + \Delta \cdot n_g^2 = t \cdot \sin^2 \alpha + \Delta \cdot \sin^2 \alpha \quad (14)$$

Dosazením (3) do (14):

$$t \cdot n_g (1 - \cos \alpha) - d \cdot n_g + \left( \frac{t}{\cos \alpha'} - t \right) \cdot n_g^2 = t \cdot \sin^2 \alpha + \left( \frac{t}{\cos \alpha'} - t \right) \cdot \sin^2 \alpha$$

$$n_g (1 - \cos \alpha) - \frac{d \cdot n_g}{t} + \left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) \cdot n_g^2 = \sin^2 \alpha + \left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) \cdot n_g^2 - \left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha - n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t}$$

$$\left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) \cdot (n_g^2 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t}$$

$$\left( \frac{1}{\cos \alpha'} - 1 \right) = \frac{\sin^2 \alpha - n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t}}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha'} = \frac{\sin^2 \alpha - n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t}}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)} + 1$$

$$\frac{1}{\cos \alpha'} = \frac{\sin^2 \alpha - n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t} + n_g^2 - \sin^2 \alpha}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\frac{1}{\cos \alpha'} = \frac{-n_g (1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t} + n_g^2}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)} \quad (15)$$

Dosazením (7) do (1)

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{n_g^2 - \sin^2 \alpha}{n_g^2}}} = \frac{-n_g(1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t} + n_g^2}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{n_g^2 - \sin^2 \alpha}{n_g^2}}} = \frac{-n_g(1 - \cos \alpha) + \frac{d \cdot n_g}{t} + n_g^2}{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}$$

$$\frac{n_g}{\sqrt{n_g^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{n_g(-1 - \cos \alpha) + \frac{d}{t} + n_g}{\left(\sqrt{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}\right)^2}$$

$$\frac{\left(\sqrt{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}\right)^2}{\sqrt{n_g^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{n_g(-1 - \cos \alpha) + \frac{d}{t} + n_g}{n_g}$$

$$\frac{\left(\sqrt{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)}\right)^2}{\sqrt{n_g^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{n_g(-1 - \cos \alpha) + \frac{d}{t} + n_g}{n_g}$$

$$\sqrt{(n_g^2 - \sin^2 \alpha)} = -1 - \cos \alpha + \frac{d}{t} + n_g$$

$$(n_g^2 - \sin^2 \alpha) = \left(-1 - \cos \alpha + \frac{d}{t} + n_g\right)^2$$

$$(n_g^2 - \sin^2 \alpha) = \left(n_g + \frac{d}{t} + \cos \alpha - 1\right) \cdot \left(n_g + \frac{d}{t} + \cos \alpha - 1\right)$$

$$\begin{aligned} n_g^2 - 1 + \cos^2 \alpha &= n_g^2 + n_g \frac{d}{t} + n_g \cos \alpha - n_g + n_g \frac{d}{t} + \frac{d^2}{t^2} + \frac{d}{t} \cos \alpha - \frac{d}{t} + \\ &\quad + n_g \cos \alpha + \frac{d}{t} \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \cos \alpha - n_g - \frac{d}{t} - \cos \alpha + 1 \end{aligned}$$

$$-2n_g \frac{d}{t} - 2n_g \cos \alpha + 2n_g = \frac{d^2}{t^2} + \frac{2d}{t} \cos \alpha - \frac{2d}{t} - 2 \cos \alpha + 2$$

$$n_g(2t - 2t \cos \alpha - 2d) = \frac{d^2}{t} + 2d \cos \alpha - 2d - 2t \cos \alpha + 2t$$

$$n_g(2t - 2t \cos \alpha - 2d) = \frac{d^2}{t} + 2d \cos \alpha - 2d - 2t \cos \alpha + 2t$$

$$n_g = \frac{\frac{d^2}{t} + 2d \cos \alpha - 2d - 2t \cos \alpha + 2t}{(2t - 2t \cos \alpha - 2d)}$$

$$n_g = \frac{\frac{d^2}{t} - 2d(1 - \cos \alpha) + 2t(1 - \cos \alpha)}{2t(1 - \cos \alpha) - 2d} \quad (16)$$

$$n_g = \frac{(1 - \cos \alpha) \cdot (2t - 2d) + \frac{d^2}{t}}{2t(1 - \cos \alpha) - 2d}$$

Dosazením 1 do 16 vznikne výsledný vzťah pro výpočet indexu lomu.

$$n_g = \frac{(2t - N\lambda) \cdot (1 - \cos \alpha) + \frac{N^2 \cdot \lambda^2}{4t}}{2t \cdot (1 - \cos \alpha) - N\lambda}, \quad (2.12)$$

## 8.2 Výpis zdrojového kódu z Matlabu

```

uhel=10:2:80; %rozsah uhlu
alfa1=uhel*(pi/180); %prepocet do radianu
alfa2=asin((sin(alfa1)/1.52)); %vypocet druhého uhlu ze schnellova zakonu
n=(cos(alfa1));
d=(1.52*cos(alfa2));
e=(cos(alfa1));
f=1.52*cos(alfa2);
r1=(n-d)/(e+f); %vypocet fresnelova koeficientu r1
r2=-r1; %vypocet fresnelova koeficientu r2
R=abs(r1.*r2); %vypocet odrazivosti(reflektance)R
T=1-R; %vypocet pruchodu(transmitance)T
t=sqrt((T.*e)/f); %vypocet fresnelova koeficientu t
s=(t.^4);
E1=r1.*r2.*s;
k=(t.^6);
E2=(r1.^2).*k;
I1=(E1.^2); %vypocet optickej intenzity jedného svazku I1
I2=(E2.^2); %vypocet optickej intenzity druhého svazku I2
fi=(4*pi*(0.000000850))/0.000000633
I12=I1+I2 %I=I1+I2+2*sqrt(I1*I2)*cos(fi)- VYPOCET CELKOVÉ INTENZITY
J=2.*sqrt(I1.*I2).*cos(fi)
I=(I12+J)
figure(2);
plot(uhel,I,'-r');TITLE('Závislost celkové intenzity na dopadajícím úhlu')
XLABEL('uhel [stupne]')
YLABEL('I [ ]')

```

```

        hold on
    plot(uhel,I1);TITLE('Závislost ntenzity pvního paprsku na dopadajícím úhlu')
        XLABEL('uhel [stupne]')
        YLABEL('I []')
        hold on
    plot(uhel,I2);TITLE('Závislost ntenzity druhého paprsku na dopadajícím úhlu')
        XLABEL('uhel [stupne]')
        YLABEL('I []')
    kontrast=(4*(sqrt(I1.*I2)))/(2*(I1+I2))
    figure(3);
    plot(uhel,kontrast);TITLE('Závislost kontrastu na úhlu natočení')
        XLABEL('uhel [stupne]')
        YLABEL('Kontrast [-]')

```